חלק א'

סעיף א'

משוואות התנועה של המערכת:

(1) משוואת המעגל החשמלי (KVL):

$$U(t) - RI(t) - K_b\theta' = 0$$

(2) מומנטים מנוע:

$$K_T \cdot i(t) - c \cdot \theta' - (M + m) \cdot x'' \cdot a = 0$$

(3) מהירות סיבובית למהירות קווית:

$$x' = \theta' \cdot a$$

פיתוח אלגברי:

$$U(t) = R \cdot \frac{c \cdot \frac{x'}{a} + (M+m)x'' \cdot a}{K_T} + K_b \cdot \frac{x'}{a}$$

$$K_T \cdot a \cdot U(t) = Rcx' + R(M + m)x'' \cdot a + K_b \cdot K_T \cdot x'$$

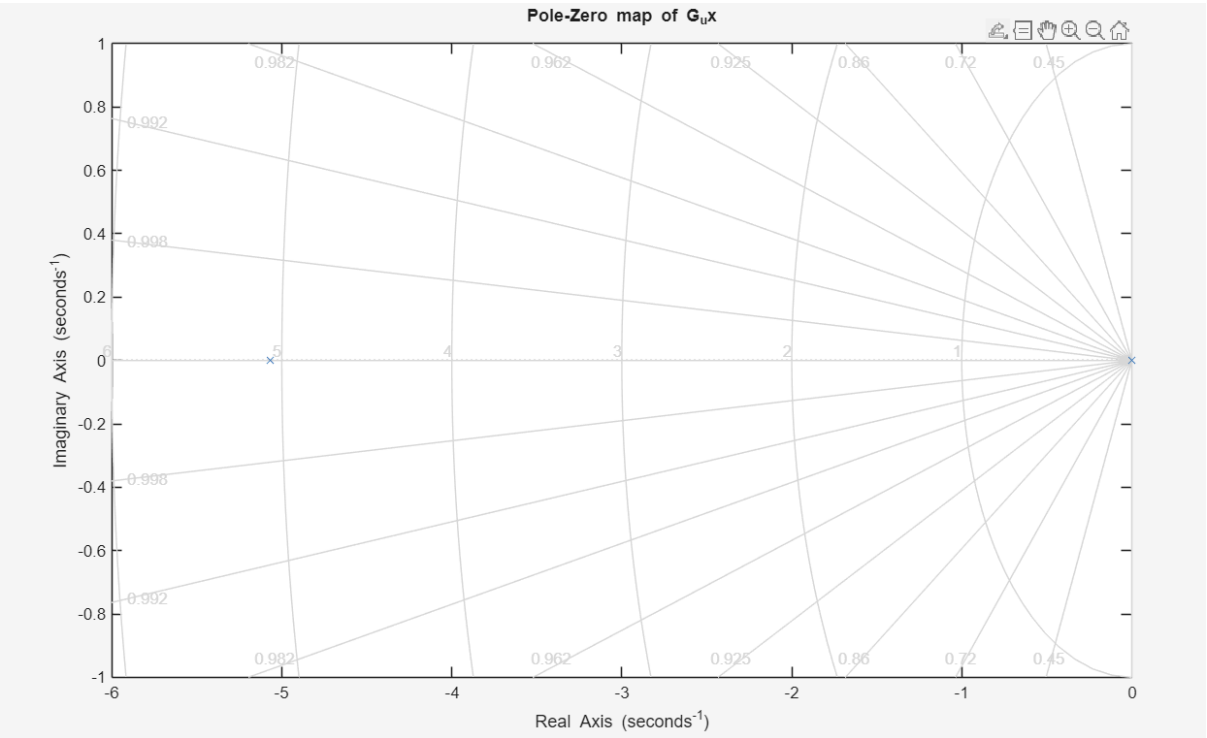
התמרת לפלס:

$$K_T \cdot a \cdot U(s) = x(s) \cdot s(Rc + K_T K_b) + x(s) \cdot s^2 \cdot Ra^2(M + m)$$

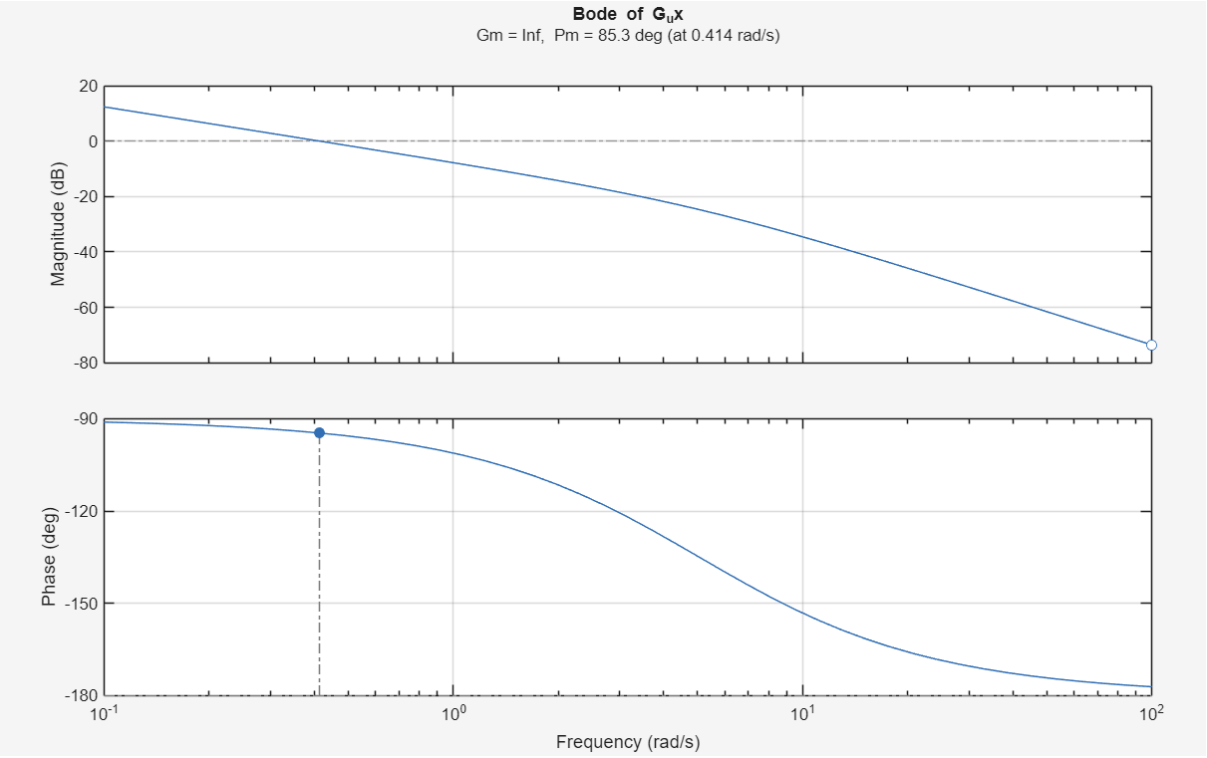
פונקציית התמסורת ממתח הכניסה למנוע U אל מיקום המצלמה x:

$$G_{ux}(s) = \frac{x(s)}{u(s)} = \frac{K_T a}{Ra^2(M+m)s^2 + (Rc + K_T K_b)s} = \frac{\frac{K_T}{Ra(M+m)}}{s\left(s + \frac{Rc + K_T K_b)}{Ra^2(M+m)}\right)}$$

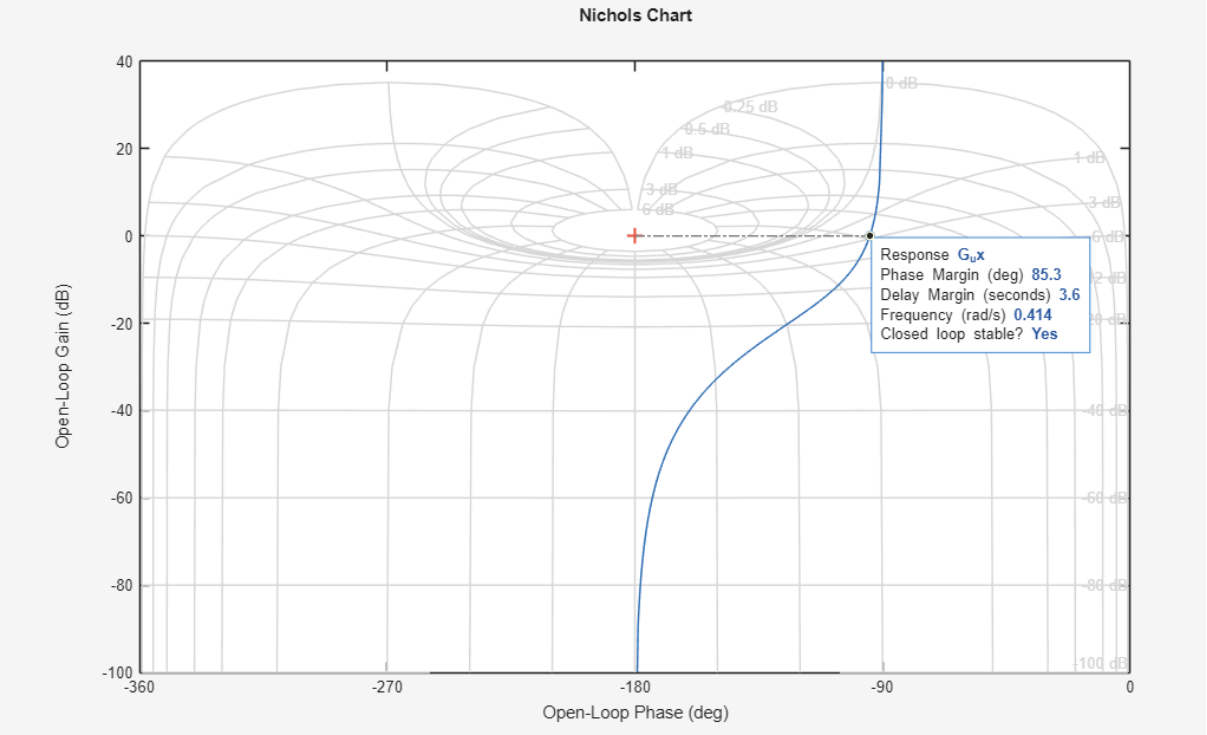
מפת קטבים ואפסים:



עקומת בודה:



גרף ניקולס:



ניתן לראות מעקום הבודה וגרף ניקולס כי שולי ההגבר הם אינסוף ושולי פאזה 85.3 מעלות.

סעיף ב'

פונקצית תמסורת של החוג הסגור ללא המפצה:

$$\frac{C(s)G_{Ux}(s)}{1+C(s)G_{Ux}(s)} = \frac{K\cdot\frac{K_T}{R\cdot a(m+M)}}{s^2+\frac{Rc+K_TK_b}{R\cdot a^2(m+M)}s+K\frac{K_T}{R\cdot a(m+M)}} = \frac{2.015K}{s^2+5.066s+2.015K}$$

ניתן לראות כי הפולינום האופייני של החוג הסגור הוא ממעלה שניה, בנוסף, ניתן לראות כי לכל K>0 כל הסימנים של המקדמים בפולינום חיוביים ולכן החוג הסגור יציב לכל K>0. הוספת המפצה מקדים מוסיף למערכת קוטב ב s=-40 לכן לא משנה את היציבות ו-$\frac{X}{X_r}$ יציב לכל K חיובי.

פונקציית תמסורת בסעיף זה:

$$\frac{X}{X_r} = \frac{40K\cdot\frac{K_T}{R\cdot a(m+M)}}{(s+40)\left(s^2+\frac{Rc+K_TK_b}{R\cdot a^2(m+M)}s+K\frac{K_T}{R\cdot a(m+M)}\right)} = \frac{40\cdot 2.015K}{(s+40)\left(s^2+5.066s+2.015K\right)}$$

דרישה a מתקיימת לפי משפט הערך הסופי:

$$x_{s.s} = lim_{s\to 0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{40\cdot 2.015K}{(s+40)\left(s^2+5.066s+2.015K\right)} = 1$$

מכיוון שמדובר במערכת מסדר שלישי, עבור דרישות b,c,d נעשה שימוש בתוכנת ה-matlab על מנת לבצע איטרציות של ערכי K שונים בפונקצית התמסורות ובדיקה ששלושת התנאים הללו מתקיימים במקביל. על מנת לקבל ערך ראשוני ממנו ניתן לבנות את האיטרציות חושב ה-K המתאים למערכת מסדר שני (ללא המפצה):

$$OS = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} < 0.05$$

$$\pi\zeta = 2.99\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\pi^2\zeta^2 = 2.99\left(1-\zeta^2\right)$$

$$\zeta \geq 0.69$$

$$\frac{C(s)G_{Ux}(s)}{1+C(s)G_{Ux}(s)} = \frac{2.015K}{s^2+5.066s+2.015K} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\omega_n\zeta s+\omega_n^2}$$

$$\omega_n^2 = 2.015K \Rightarrow \omega_n = \sqrt{2.015K}$$

$$2\omega_n\zeta = 5.066$$

$$\frac{5.066}{2\sqrt{2.015K}} = \zeta \geq 0.69$$

$$\left(\frac{5.066}{2\cdot 069}\right)^2\cdot\frac{1}{2.1} \geq K \quad \Rightarrow \quad K \leq 6.4$$

בהזנחת המפצה מקדים, אות מתח הבקרה הוא: $u(t) = e(t)\cdot k = (x_r(t) - x(t))\cdot k$ לכן המתח המקסימלי יהיה ברגע t=0 (הפרש בין אות ייחוס למיקום הכי גבוה):

$$u(0^+) = (x_r(0^+) - x(0^+))\cdot k = (0.08 - 0)k = 0.08k$$

נדרוש:

$$0.08k \leq 4.8$$

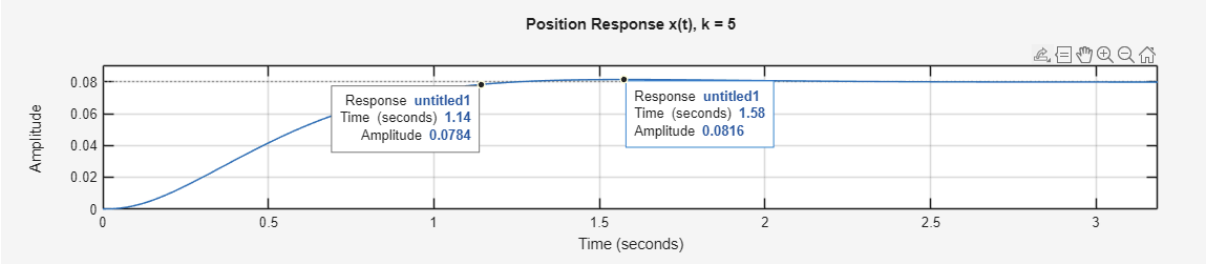
$$k \leq 60$$

לכן התנאי סה"כ הוא $K \leq 6.4$.

לכן, האיטרציות למציאת הגבר למערכת המלאה היו ל-K בין 0 ל-6.4 והתקבלו ערכי ה-K הבאים העונים על דרישות התכנון:

k_Value	Overshoot_Pct	SettlingTime_s	Max_Voltage_V
4.9	1.7716	1.1688	0.37399
5	1.9665	1.1393	0.38138

לכן נבחר בקר הגבר K=5 (הכי מהיר שעומד בדרישות), להלן גרפים של המערכת עם הגבר זה:



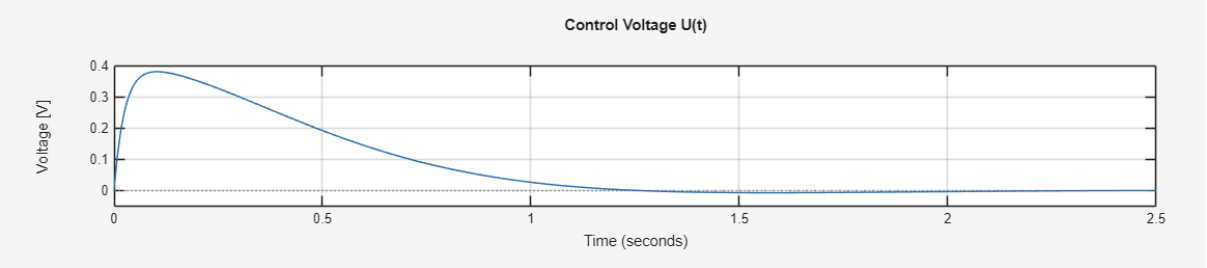
ניתן לראות כי לאחר בערך 1.14 שניות תגובת המיקום נכנסת לשרוול של 2% מהערך הסופי:

$$0.08 - 0.02 \cdot 0.08 = 0.0784$$

$$0.08 + 0.02 \cdot 0.08 = 0.0816$$

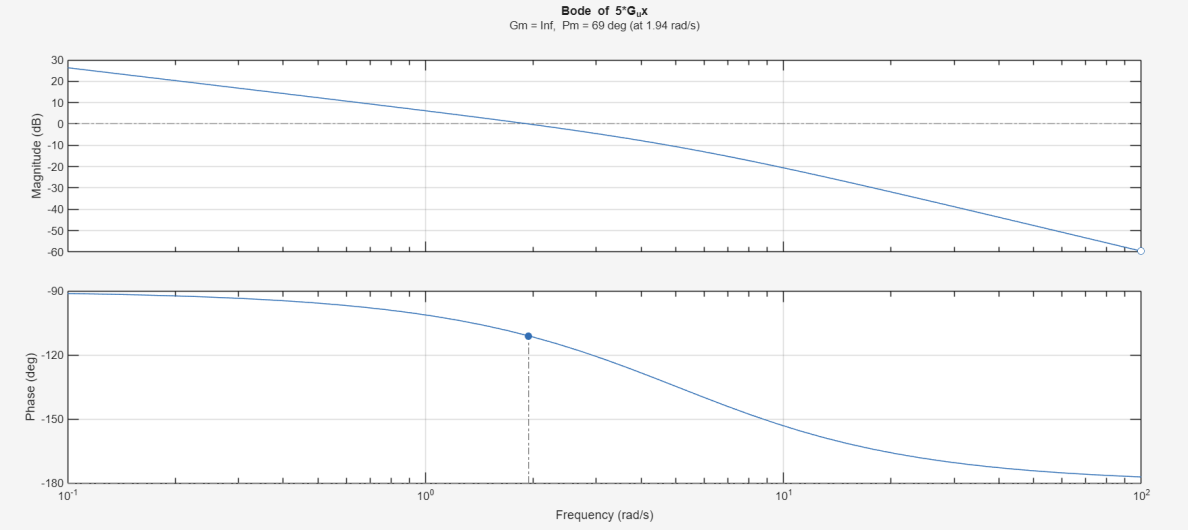
בנוסף ניתן לראות שתגובת היתר קטנה מ 5% מהערך הסופי והיא לפי חישוב מדויק במטלב 1.96%

בגרף זה ניתן לראות את תגובת המתח וניתן לראות שהוא אינו עובר את 4.8 וולט.



עודפי היציבות של המערכת עם בקר K=5, מתואר ע"י גרף בודה של המערכת (עבור החוג הפתוח של המערכת):

$$C(s)G_{ux}(s) = 5 \cdot \frac{2.015}{s(s+5.066)}$$



$$GM \to \infty,\ PM = 69^{\circ}$$

סעיף ג

דרישה a עדיין מתקיימת מכיוון שלמערכת יש אינטגרטור.

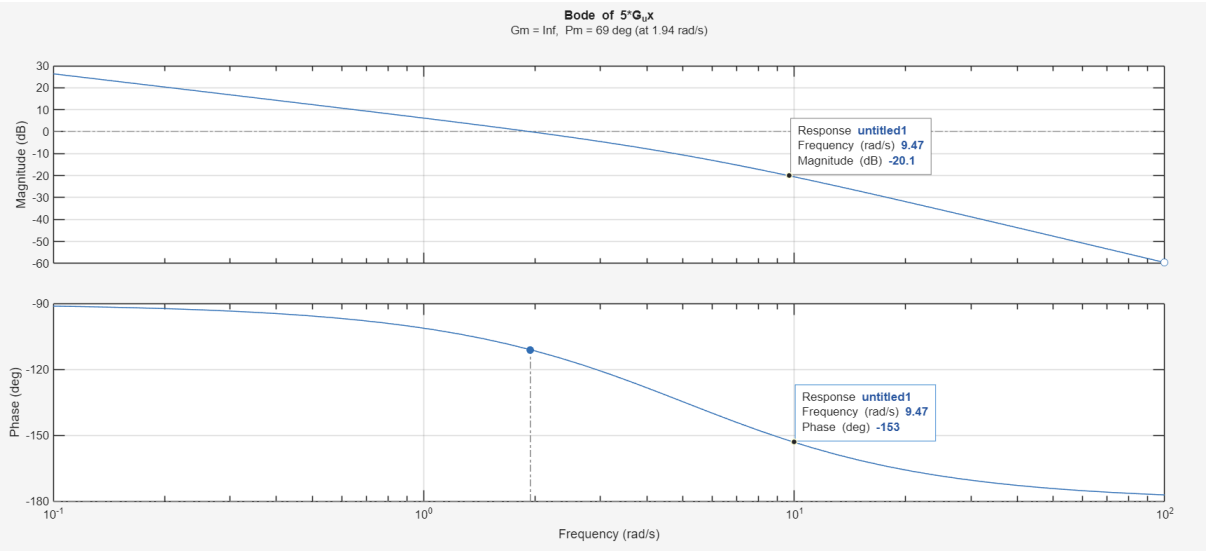
בסעיף זה בדרישה d נדרש כעת זמן ההתייצבות של המערכת למעטפת של 2% מהערך הסופי לא יאוחר מ-0.25 שניות, שזה קטן פי 4.8 מהדרישה בסעיף הקודם ולכן נדרש $\omega_{c,new}$ הגדול פי 4.8 מ-ω_c שהתקבל בסעיף הקודם כלומר: $\omega_{c,new} = \omega_c \cdot 4.81 = 9.31\left[\frac{rad}{sec}\right]$.

עבור הדרישה החדשה נבחר תכן ראשוני של הבקר לפני איטרציות עבור תדר מעבר הגבר זה. מהתבוננות בגרף הבודה ניתן לראות כי ההגבר הנדרש על מנת שבתדר זה יחצה האפס בגרף הוא 20dB. ולכן יש להוסיף בקר פרופוציונלי של: $K = 10^{\frac{20}{20}} = 10$. נבדוק האם ההגבר סה"כ עובר את דרישת המתח המקסימלי, כפי שתורגמה לערכי K בסעיף הקודם: $K \cdot 10 = 5 \cdot 10 = 50 < 60$

עבור דרישה b, נבדק כי הבקר החדש הנמצא אינו פוגע בערך מקדם הריסון על מנת לעמוד בדרישה, כלומר $\zeta \geq 0.69$.

כדי לעמוד בדרישה זו תוכנן בקר קידום כך שעודף פאזה יהיה לפחות $PM = 100 \cdot \xi = 69^{\circ}$.

מהתבוננות בגרף הבודה מסעיף ב ב-$\omega_c = 9.31\left[\frac{rad}{sec}\right]$ התקבל כי הפאזה היא $\theta = -153$ ולכן $PM = 27^{\circ}$



לכן כדי לקבל עודף פאזה של 69 מעלות עלינו להוסיף בקר קידום של 42 מעלות.

$$\alpha = \frac{sin(42)+1}{1-sin(42)} = 5.04 \Rightarrow C_{lead}(s) = \frac{2.2s+9.31}{s+2.2\cdot 9.31}$$

סה"כ הבקר שיש להוסיף הוא: $C(s) = 5 \cdot 10 \cdot \frac{2.2s+9.31}{s+2.2\cdot 9.31}$.

בוצעה סימולציה במטלב כדי לראות אם המערכת האמיתית ללא קירוב לסדר שני עומדת בדרישות.

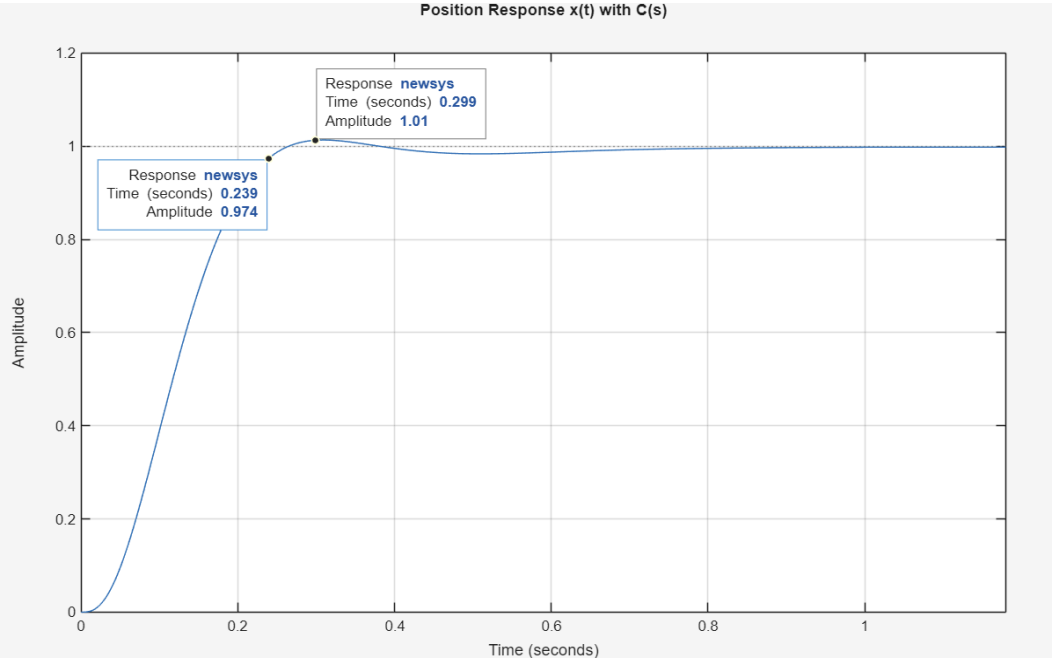
התקבלו התוצאות הבאות: $OS = 0.79\%$, $t_s = 0.26\,[sec]$, $V_{max} = 4.5301\,[V]$. כלומר, המערכת האמיתית כמעט עומדת בדרישות, יש להגביר מעט כדי לקבל זמן התייצבות מהיר יותר.

לכן נבדק הבקר $C(s) = 52 \cdot \frac{2.2s+9.31}{s+2.2\cdot 9.31}$. והתקבלו התוצאות הבאות:

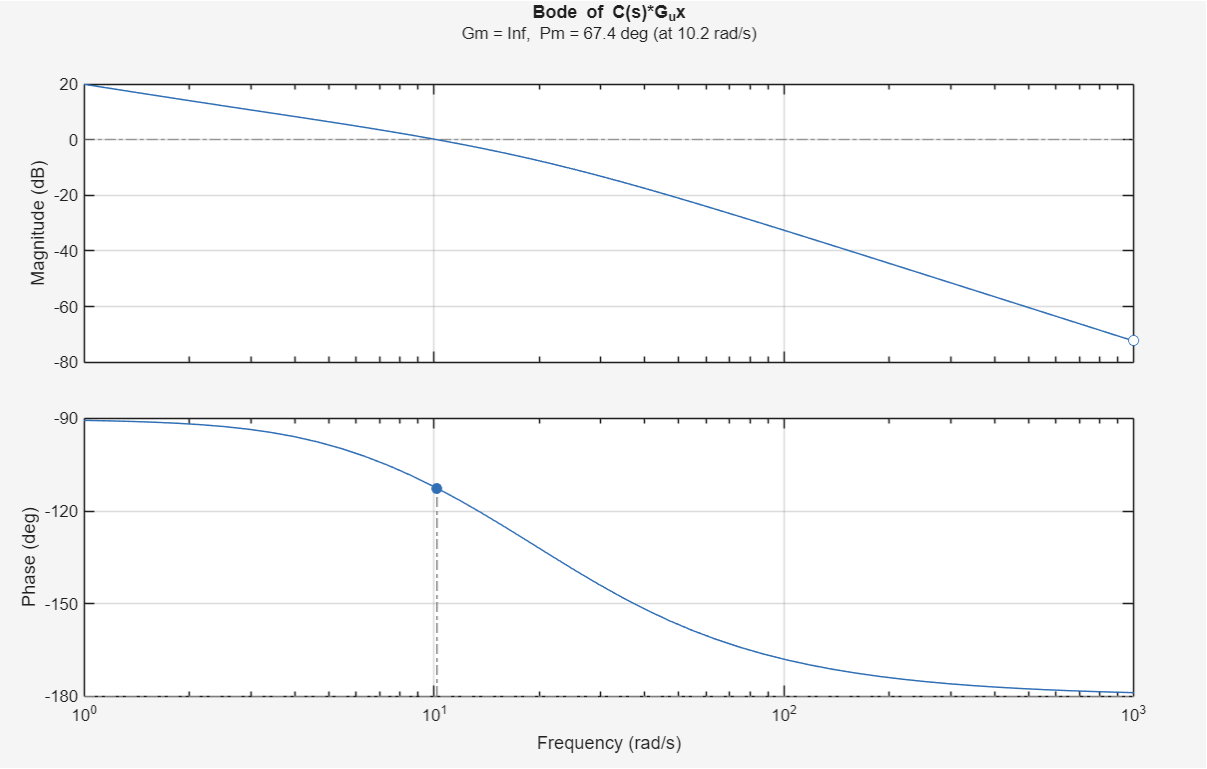
$$OS = 1.33\%,\ t_s = 0.24\,[sec],\ V_{max} = 4.6994\,[V]$$

ועם בקר זה המערכת **מקיימת** את הדרישות במלואן.

גרף התגובה של המערכת:

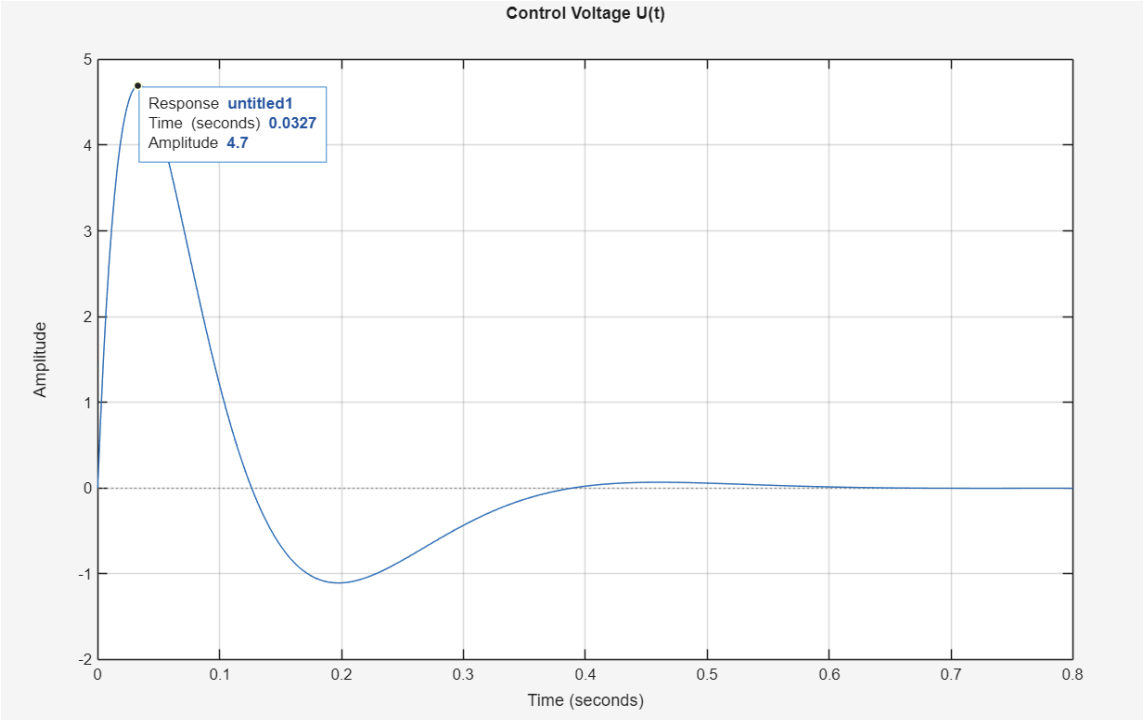


גרף בודה של המערכת:



כאשר עודפי היציבות הם: $GM \to \infty,\ PM = 67.4^{\circ}$

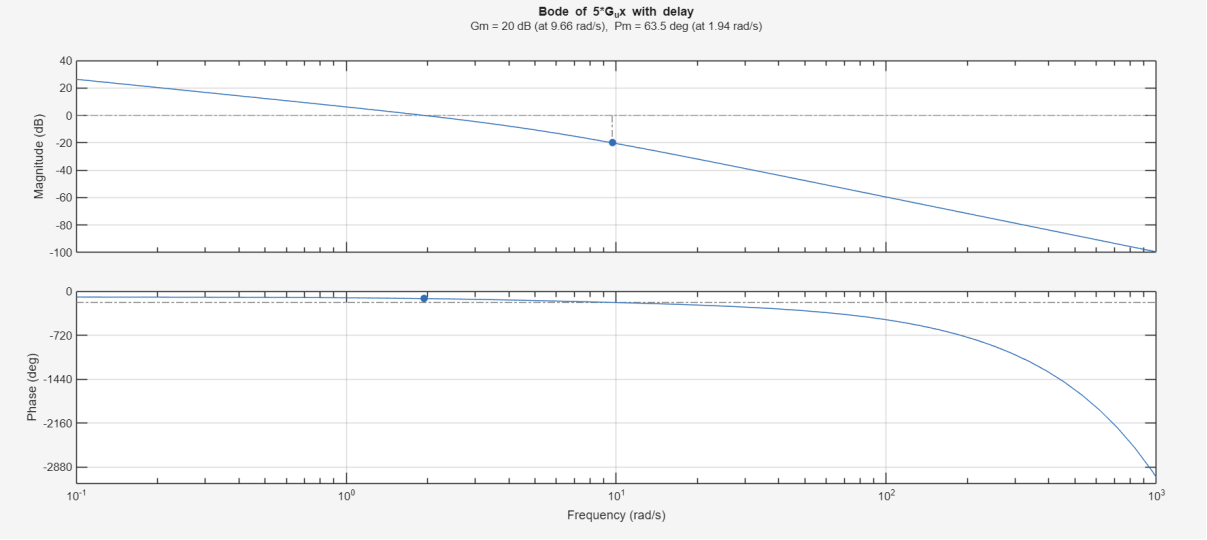
גרף המתח של המערכת:



<u>סעיף ד</u>

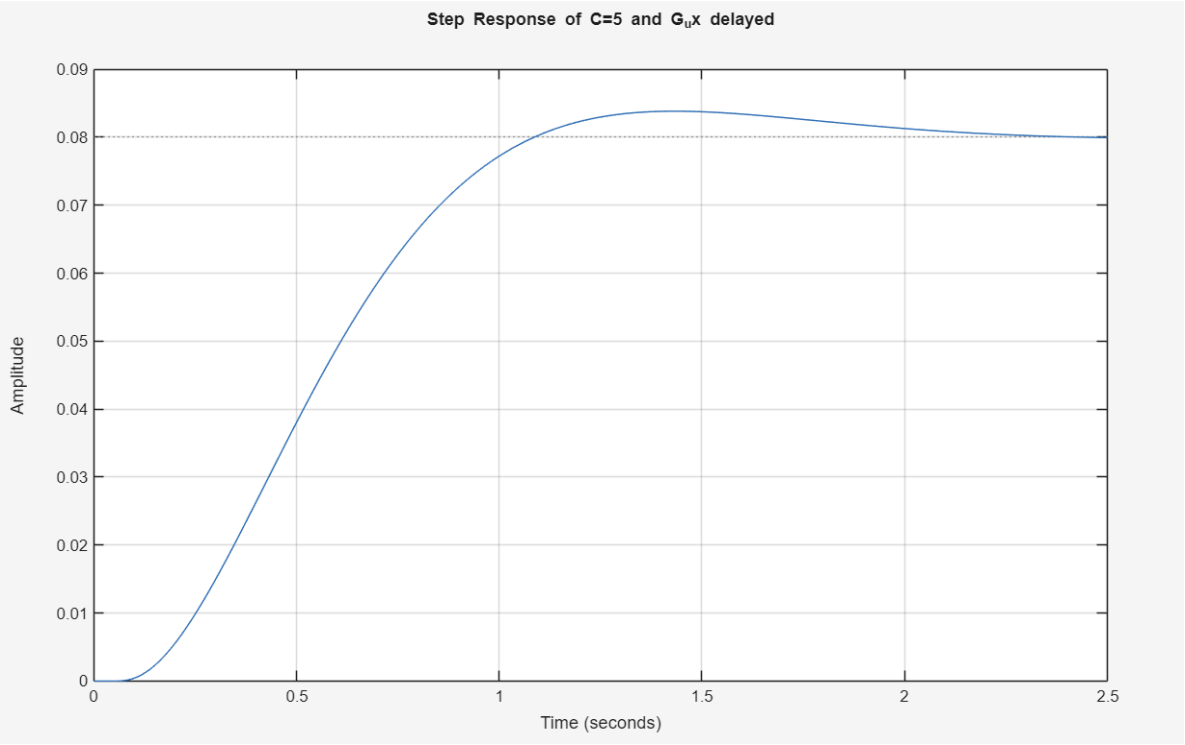
<u>תוספת השהיה למערכת סעיף ב:</u>

גרף בודה:



כאשר עודפי היציבות הם: $GM = 20dB = 10,\ PM = 63.5^{\circ}$

גרף תגובת המערכת:

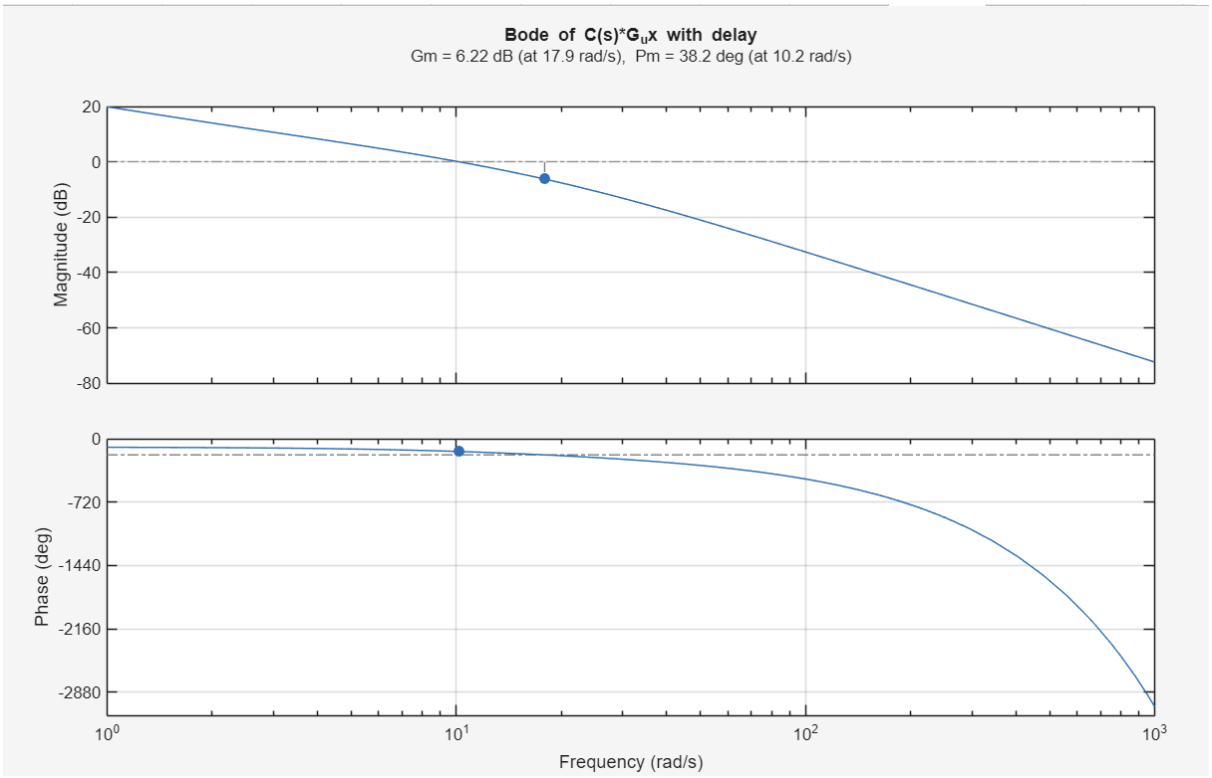


וביצועי החוג הסגור:

$$OS = 4.78\%\,,\ t_s = 1.9341\ [sec]\,,\ e_{ss} = 0\,,\ V_{max} = 0.3918\ [V]$$

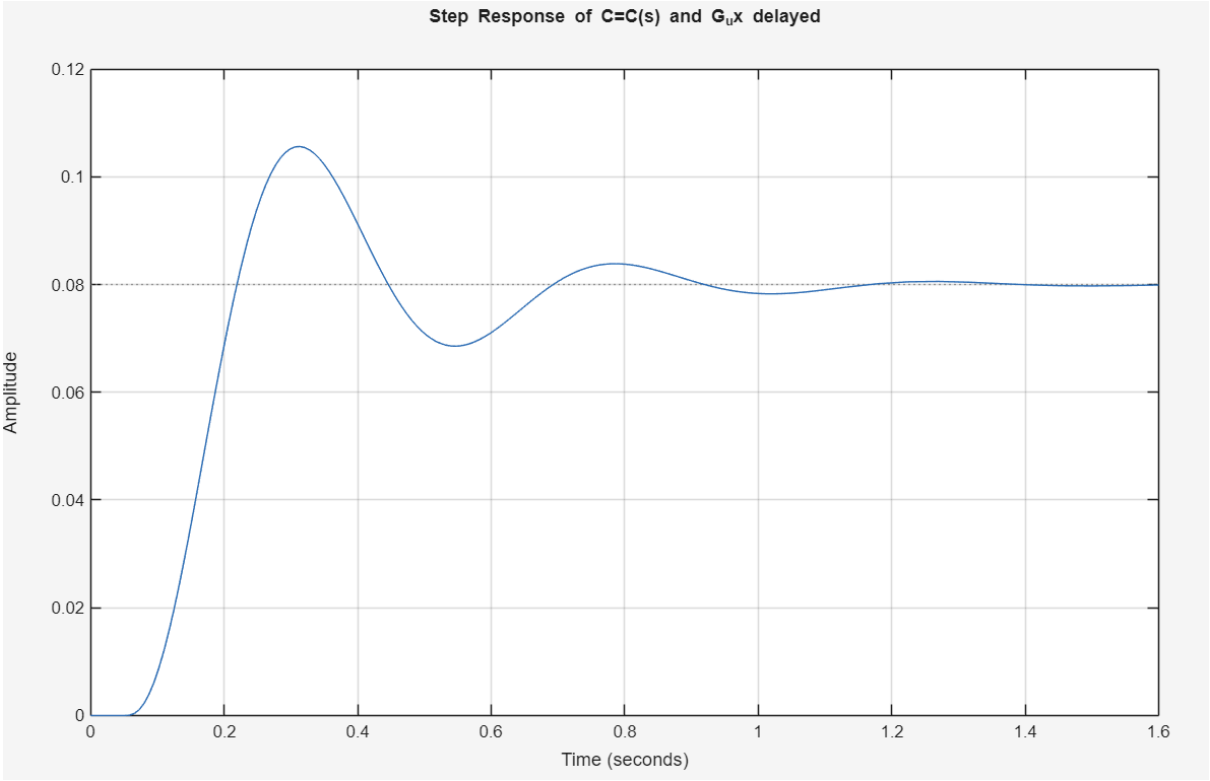
<u>תוספת השהיה למערכת סעיף ג:</u>

גרף בודה:



כאשר עודפי היציבות הם: $GM = 6.22dB = 2.046\,,\ PM = 38.2^{\circ}$

גרף תגובת המערכת:



וביצועי החוג הסגור:

$$OS = 32.03\%\,,\ t_s = 1.0494\,[sec]\,,\ e_{ss} = 0\,,\ V_{max} = 5.0644[V]$$

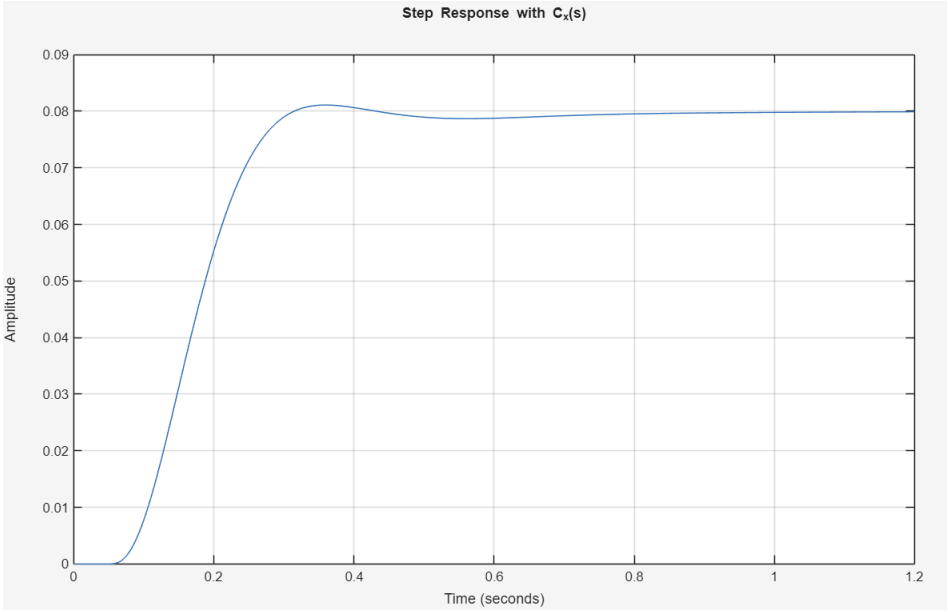
<u>סעיף ה</u>

הבקר מסעיף ג': $C(s) = 52 \cdot \frac{2.2s+9.31}{s+2.2\cdot 9.31}$. בקר מפצה זמנים מתים:

$$\pi = G_{ux}(1 - e^{-0.05s})$$

$$C_x(s) = \frac{c(s)}{1+\pi c(s)} = \frac{52\cdot\frac{2.2s+9.31}{s+2.2\cdot 9.31}}{1+G_{ux}(1-e^{-0.05s})\cdot 52\cdot\frac{2.2s+9.31}{s+2.2\cdot 9.31}} = \frac{52(2.2s+9.31)}{2.2s+9.31+52G_{ux}(1-e^{-0.05s})(2.2s+9.31)}$$

גרף תגובת התהליך לכניסת מדרגה:

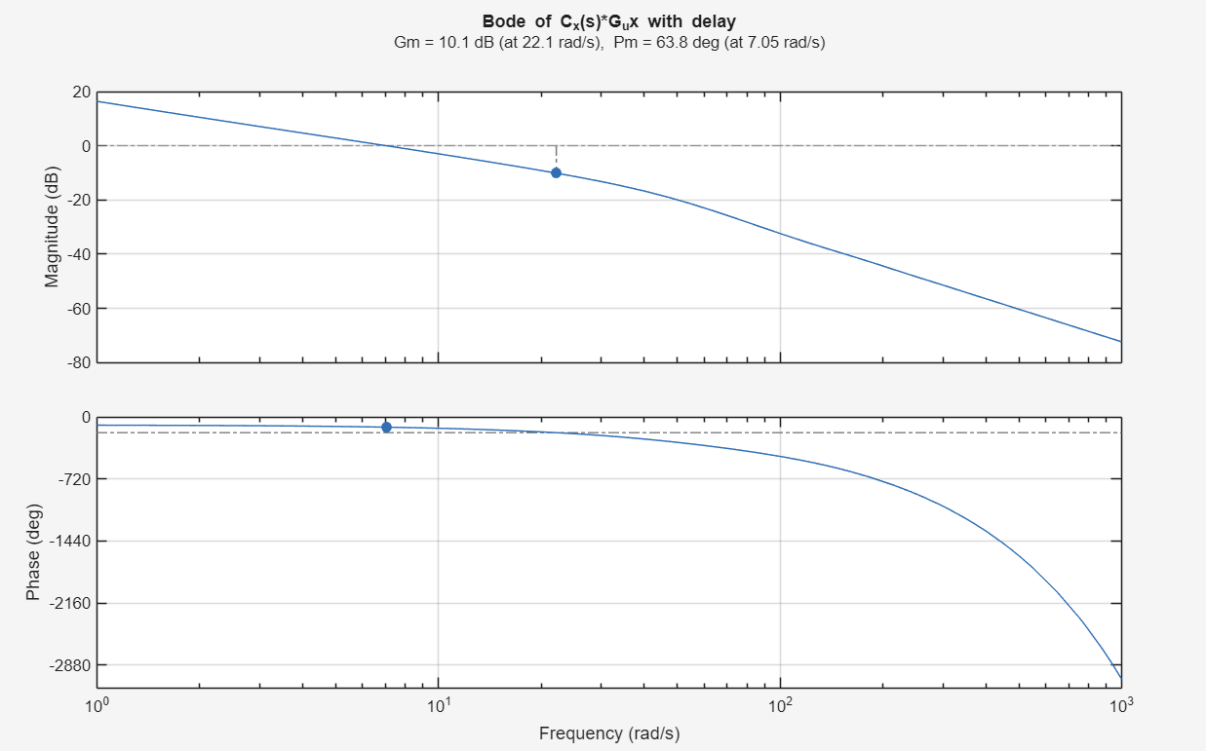


וביצועי החוג הסגור:

$$OS = 1.37\%\,,\ t_s = 0.2936\,[sec]\,,\ e_{ss} = 0\,,\ V_{max} = 4.7022[V]$$

ניתן לראות כי כלל הדרישות של סעיף ב מתקיימות. הדרישה של סעיף ג' של זמן התייצבות לא יאוחר מ-0.25 שניות לא מתקיימת.

גרף בודה של המערכת בסעיף זה:



כאשר עודפי היציבות הם: $GM = 10.1dB = 3.19\,,\ PM = 63.8^{\circ}$

<u>סעיף ו</u>

נציב את המספרים הנתונים בביטוי של $G_{ux}(s)$ מסעיף א':

$$G_{ux}(s) = \frac{2.1}{s^2+5.06s}$$

בסעיף זה, הכניסה היא האות ההרמוני $x_r = 0.04sin(4t)$ כאשר $A = 0.04$ ו-$\omega_0 = 4$. לכן, הבקר צריך להיות מהצורה: $C_x(s) = \frac{1}{s^2+\omega_0^2}\cdot\overline{C}_x(s)$. עבור $\overline{C}_x(s)$, על מנת לקבל בקר סיבתי, נבחר פולינום מסדר שני.

בדיקת הפולינום האופייני:

$$\Delta_{CL} = (s^2 + 5.06s)\cdot(s^2 + 16) + 2.1\cdot(\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0) =$$

$$= s^4 + 16s^2 + 5.06s^3 + 80.96s + 2.1\beta_2 s^2 + 2.1\beta_1 s + 2.1\beta_0$$

$$= s^4 + 5.06s^3 + (16 + 2.1\beta_2)s^2 + (80.96 + 2.1\beta_1)s + 2.1\beta_0$$

נבצע השוואת מקדמים לפולינום אופייני יציב:

$$\Delta CL_{stable} = (s+2)^4 = s^4 + 8s^3 + 24s^2 + 32s + 16$$

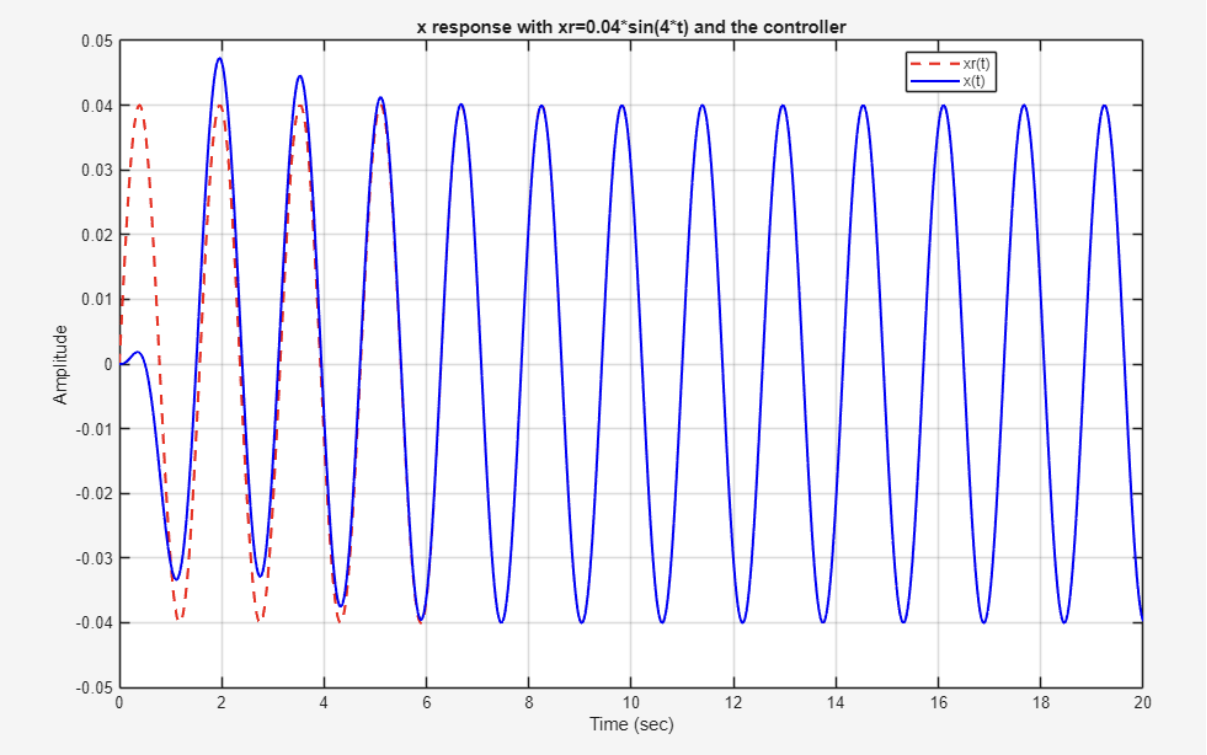
$$16 + 2.1\beta_2 = 24 \rightarrow \beta_2 = 3.8$$

$$80.96 + 2.1\beta_1 = 32 \rightarrow \beta_1 = -23.314$$

$$2.1\beta_0 = 16 \rightarrow \beta_0 = 7.61$$

לכן הבקר שנבחר הוא: $C_x(s) = \frac{3.8s^2-23.31s+7.61}{s^2+16}$

תגובת המערכת עם הבקר לכניסה ההרמונית:

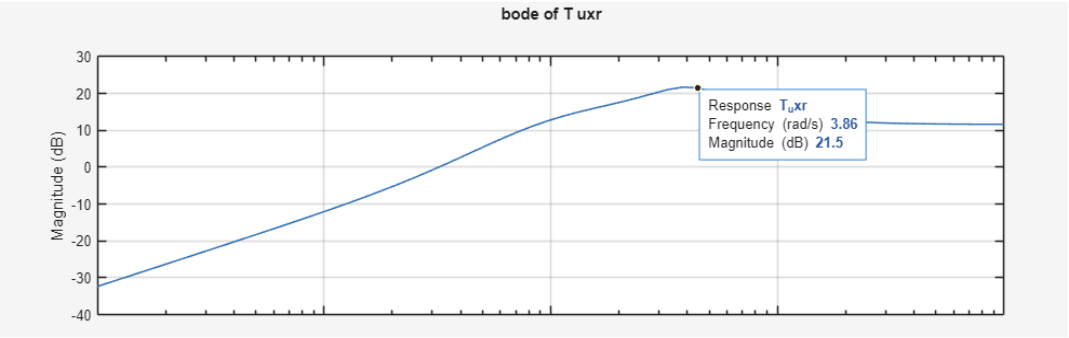


ניתן לראות כי אכן לא קיימת שגיאה במצב המתמיד.

דרישה שניה: מתח מנוע לא עולה על 4.8 וולט:

פונקציית תמסורת מכניסה x_r למתח: $T_{xru} = \frac{C}{1+G_{ux}\cdot C}$

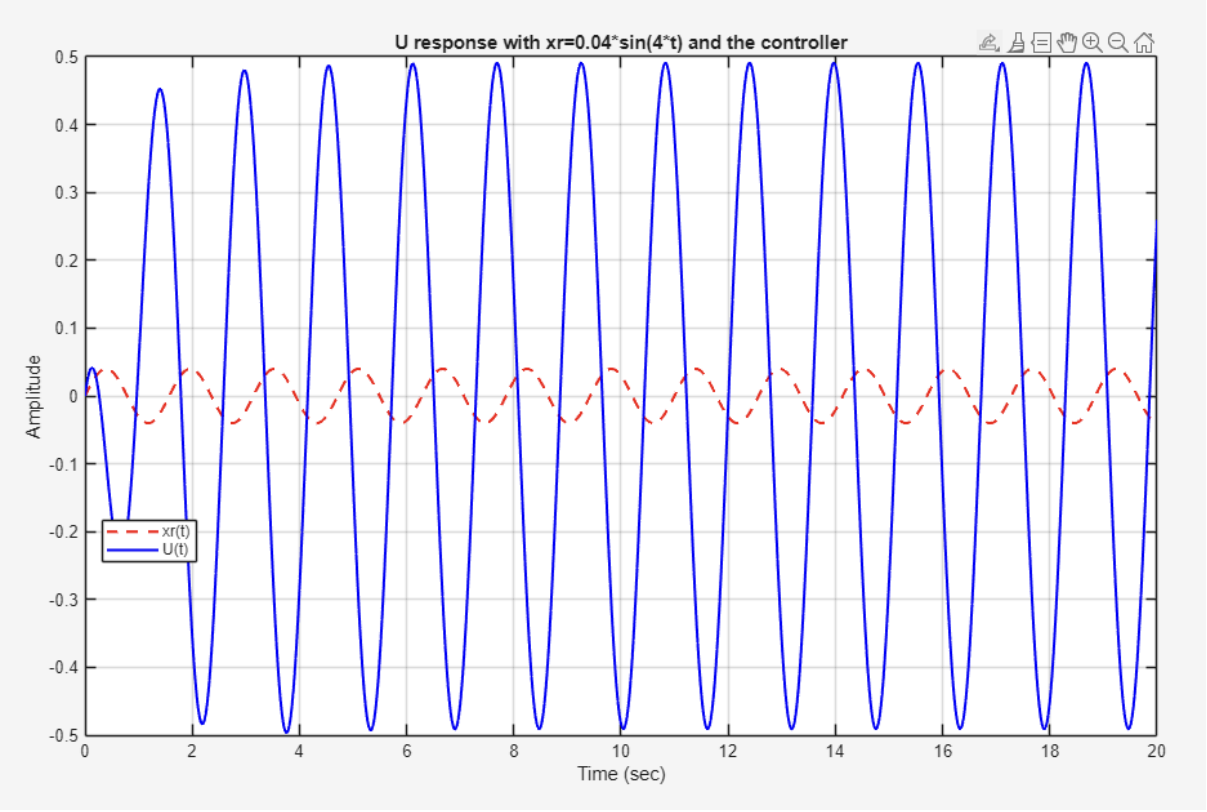
לפי משפט הערך התמידי, כאשר הכניסה בתדר 4 רדיאן לשניה המתח יהיה $U_{s.s} = |x_r| \cdot |T_{xru}(4j)|$



לפי הגרף ההגבר של פונקציית התמסורת בתדר 4 רדיאן לשניה הוא $10^{21.5/20} = 11.9$.

לכן: $U_{s.s} = 0.04 \cdot 11.9 = 0.475$

בגרף הבא של תגובת המתח כאשר הכניסה היא האות ההרמונית והבקר הוא הבקר שתכננו ניתן לראות כי המתח לא עובר את 4.8 וולט.



חלק ב'

סעיף ז

(1) משוואת KVL:

$$U - Ri(t) - k_b\alpha' = 0$$

(2) משוואת מומנטים על ציר המנוע:

$$k_T i(t) - c\alpha' - Mx''a - m(x - Lsin(\theta))''a = 0$$

(3) משוואת מומנטים סביב ציר הבסיס:

$$I\theta'' = mL^2\theta'' =- mgsin(\theta) + mx''Lcos(\theta)$$

$$L\theta'' =- gsin(\theta) + x''cos(\theta)$$

(4) קשר בין מהירות סיבובית של המנוע למהירות הבסיס:

$$x' = \alpha' \cdot a \Rightarrow \alpha' = \frac{x'}{a}$$

סעיף ח

פיתוח סביב מצב שיווי משקל יציב $\theta_e = 0$:

קירוב זוויות קטנות - $sin(\theta) = \theta,\ cos(\theta) = 1$ והצבה של משוואה (4) בשלוש האחרות:

$$(1)\ U - Ri(t) - \frac{k_b}{a}x' = 0 \Rightarrow U = Ri(t) + \frac{k_b}{a}x'$$

$$(2)\ k_T i(t) - \frac{c}{a}x' - Mx''a - m(x'' - L\theta'')a = 0$$

$$(3)\ L\theta'' =- g\theta + x''$$

התמרת לפלס במשוואה (3):

$$Ls^2\theta(s) =- g\theta(s) + s^2x(s) \Rightarrow G_{x\theta}(s) = \frac{\theta(s)}{x(s)} = \frac{s^2}{Ls^2+g}$$

נבודד את הזרם במשוואה (2):

$$i(t) = \frac{c}{k_T a}x' + \frac{Ma}{k_T}x'' + \frac{m(x''-L\theta'')a}{k_T}$$

התמרת לפלס:

$$i(s) = \frac{c}{k_T a}sx(s) + \frac{Ma}{k_T}s^2x(s) + \frac{ma}{k_T}\left[s^s x(s) - Ls^2\theta(s)\right]$$

הצבה ב-(1) (לאחר התמרת לפלס):

$$U(s) = \frac{cR}{k_T a}sx(s) + \frac{MaR}{k_T}s^2x(s) + \frac{maR}{k_T}\left[s^s x(s) - Ls^2\theta(s)\right] + \frac{k_b}{a}sx(s)$$

הצבה של $\theta(s) = \frac{s^2}{Ls^2+g}x(s)$:

$$U(s) = x(s)\left[s^4\left(-\frac{mRaL}{k_T}\frac{1}{Ls^2+g}\right) + s^2\left(\frac{(M+m)Ra}{K_T}\right) + s\left(\frac{k_b k_T+Rc}{k_T+a}\right)\right]$$

$$U(s)(Ls^2 + g) = x(s)\left[s^4\left(-\frac{mRaL}{k_T}\right) + s^2\left(\frac{(M+m)Ra(Ls^2+g)}{K_T}\right) + s\left[\frac{k_b k_T+Rc}{k_T+a}(Ls^2 + g)\right]\right]$$

נתון:

$$\alpha = \frac{Ra}{K_T}\ ,\ \beta = \frac{Rc+K_T K_b}{K_T a}$$

ולכן:

$$U(s)(Ls^2 + g) = x(s)\left[- mL\alpha s^4 + s^2\alpha(M + m)(Ls^2 + g) + s\beta(Ls^2 + g)\right]$$

$$G_{Ux}(s) = \frac{x(s)}{U(s)} = \frac{Ls^2+g}{s\left[\alpha MLs^3+\beta Ls^2+\alpha(M+m)gs+\beta g\right]}$$

<u>פיתוח סביב מצב שיווי משקל לא יציב</u> $\theta_e = \pi$:

נגדיר סטיה קטנה סביב נקודת שיווי המשקל $\theta = \pi - \bar{\theta}$, קירוב זוויות קטנות:

$$sin(\theta) = sin(\pi - \bar{\theta}) = sin(\bar{\theta}) = \bar{\theta}, \quad cos(\theta) = cos(\pi - \bar{\theta}) =- cos(\bar{\theta}) =- 1$$

נשים לב כי:

$$\frac{d}{dt}(\theta(t)) = \frac{d}{dt}(\pi - \bar{\theta}(t)) \Rightarrow \theta' =- \bar{\theta}'$$

והצבה של משוואה (4) בשלוש האחרות:

$$(1)\ U - Ri(t) - \frac{k_b}{a}x' = 0 \Rightarrow U = Ri(t) + \frac{k_b}{a}x'$$

$$(2)\ k_T i(t) - \frac{c}{a}x' - Mx''a - m(x'' - L\theta'')a = 0$$

$$(3)\ L\theta'' = g\theta + x''$$

התמרת לפלס במשוואה (3):

$$Ls^2\theta(s) = g\theta(s) + s^2x(s) \Rightarrow G_{x\theta}(s) = \frac{\theta(s)}{x(s)} = \frac{s^2}{Ls^2-g}$$

הביטוי לזרם ממשוואה (2) נשאר זהה:

$$i(s) = \frac{c}{k_T a}sx(s) + \frac{Ma}{k_T}s^2x(s) + \frac{ma}{k_T}\left[s^s x(s) - Ls^2\theta(s)\right]$$

נציב ב-(1) (לאחר התמרת לפלס):

$$U(s) = \frac{cR}{k_T a}sx(s) + \frac{MaR}{k_T}s^2x(s) + \frac{maR}{k_T}\left[s^s x(s) - Ls^2\theta(s)\right] + \frac{k_b}{a}sx(s)$$

הצבה של $\theta(s) = \frac{s^2}{Ls^2-g}x(s)$:

$$U(s) = x(s)\left[s^4\left(- \frac{mRaL}{k_T}\frac{1}{Ls^2-g}\right) + s^2\left(\frac{(M+m)Ra}{K_T}\right) + s\left(\frac{k_b k_T+Rc}{k_T+a}\right)\right]$$

$$U(s)(Ls^2 - g) = x(s)\left[s^4\left(- \frac{mRaL}{k_T}\right) + s^2\left(\frac{(M+m)Ra(Ls^2-g)}{K_T}\right) + s\left[\frac{k_b k_T+Rc}{k_T+a}(Ls^2 - g)\right]\right]$$

נתון:

$$\alpha = \frac{Ra}{K_T}\ , \beta = \frac{Rc+K_T K_b}{K_T a}$$

ולכן:

$$U(s)(Ls^2 - g) = x(s)\left[- mL\alpha s^4 + s^2\alpha(M + m)(Ls^2 - g) + s\beta(Ls^2 - g)\right]$$

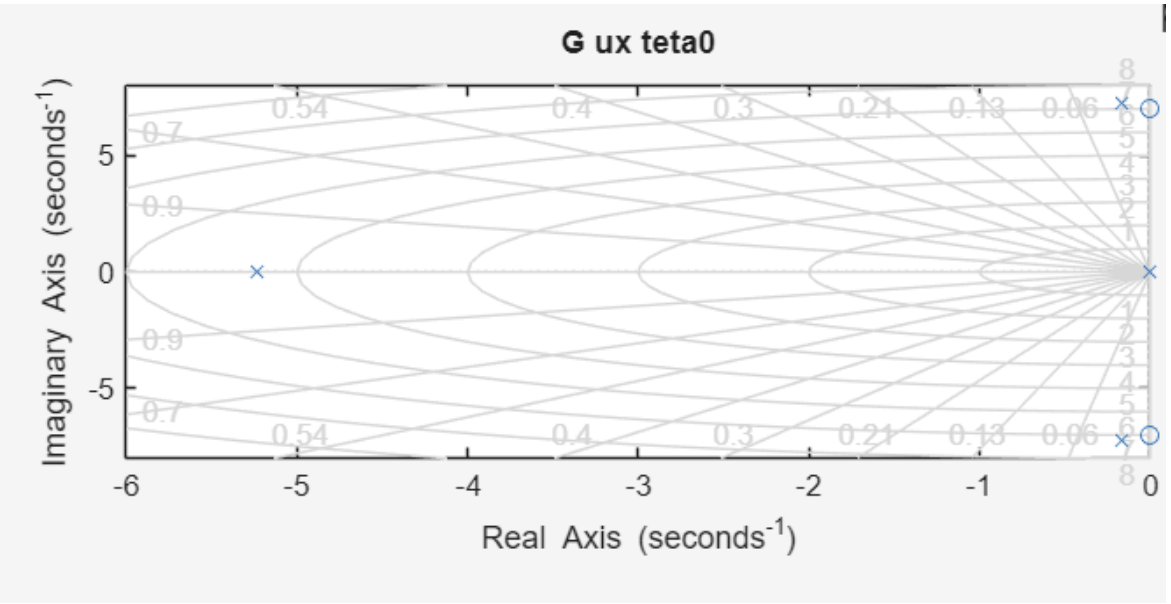
$$G_{Ux}(s) = \frac{x(s)}{U(s)} = \frac{Ls^2-g}{s\left[\alpha MLs^3+\beta Ls^2-\alpha(M+m)gs-\beta g\right]}$$

וסה"כ, כנדרש:

$$G_{Ux}(s) = \frac{x(s)}{U(s)} = \frac{Ls^2\pm g}{s\left[\alpha MLs^3+\beta Ls^2\pm\alpha(M+m)gs\pm\beta g\right]}\ , G_{x\theta}(s) = \frac{s^2}{Ls^2\pm g}$$

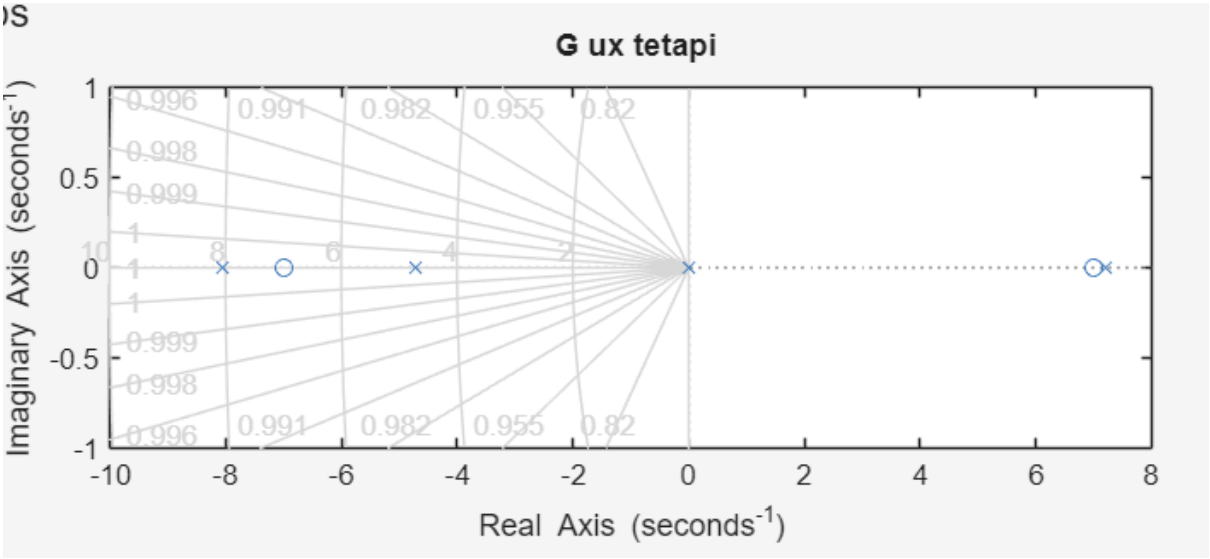
עבור הפונקציות שהתקבלו עם הנתונים מחלק א' התקבלו מפות הקטבים ואפסים הבאות:

עבור $G_{ux}(s)$ מצב שיווי משקל יציב $\theta_e = 0$:



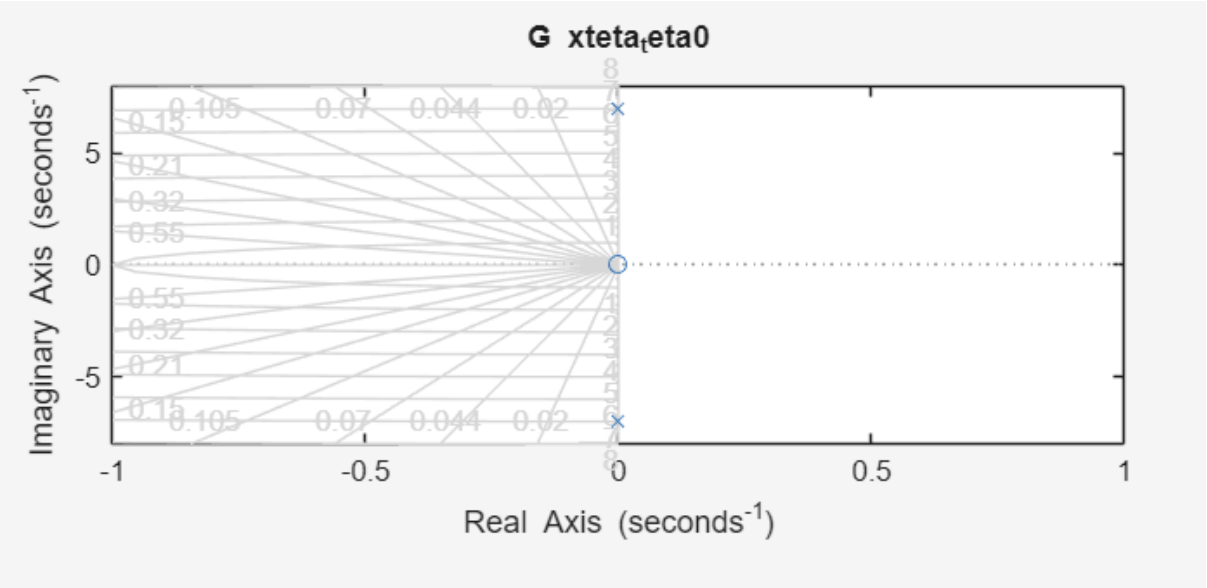
קטבים: $s_1 = 0,\ s_{2,3} = -0.1679 \pm 7.223j,\ s_4 = -5.24$

עבור $G_{ux}(s)$ מצב שיווי משקל לא יציב $\theta_e = \pi$:



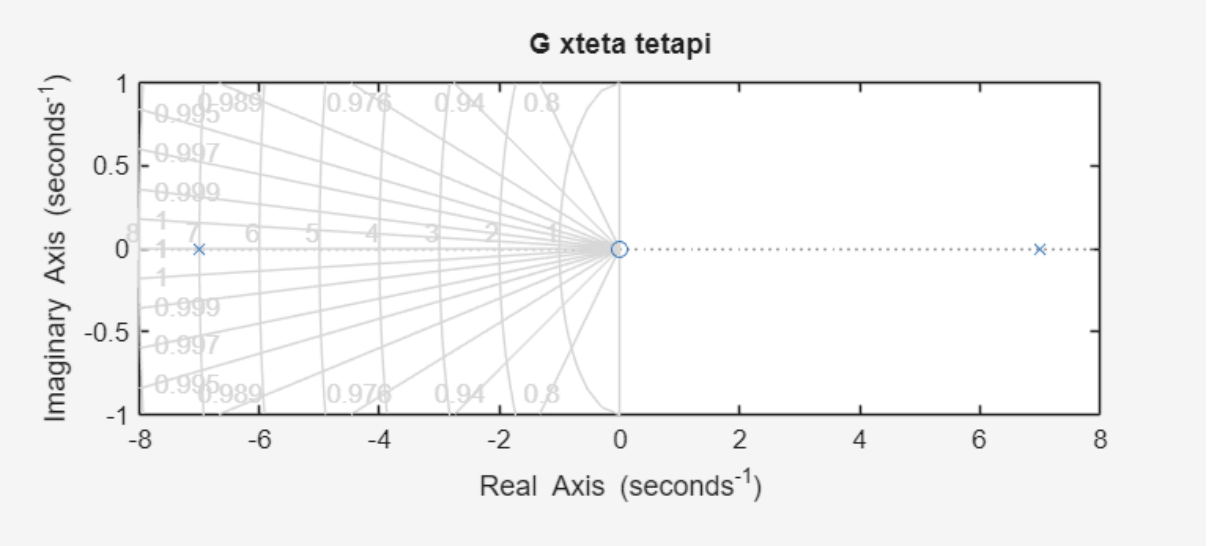
קטבים: $s_1 = 0,\ s_2 = 7.1982,\ s_3 = -8.059,\ s_4 = -4.712$

עבור $G_{x\theta}(s)$ מצב שיווי משקל יציב $\theta_e = 0$:



קטבים: $s_{1,2} = \pm\ 7.0036j$

עבור $G_{x\theta}(s)$ מצב שיווי משקל לא יציב $\theta_e = \pi$:



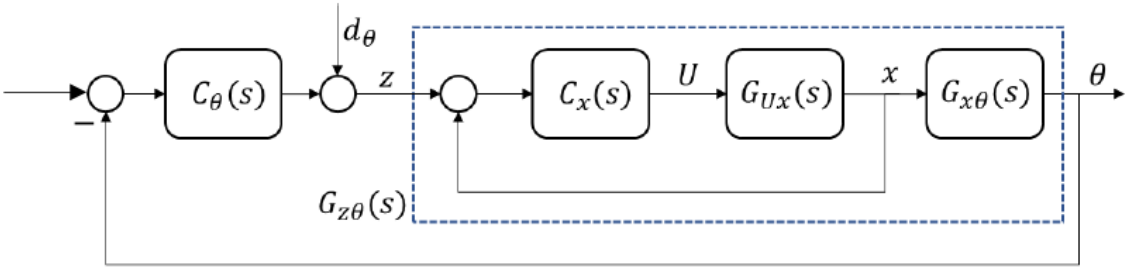
קטבים: $s_1 = 7.0036,\ s_2 = -\ 7.0036$

ניתן לראות כי עבור המשוואות של $G_{x\theta}(s),\ G_{ux}(s)$ סביב $\theta = 0$ המערכות נמצאות ביציבות גבולית מכיוון שיש קטבים על הציר המדומה בלבד ואין קטבים בצד הימני של הציר הממשי.

ניתן לראות כי עבור המשוואות של $G_{x\theta}(s),\ G_{ux}(s)$ סביב $\theta = \pi$ המערכות אינן יציבות מכיוון שיש קטבים בצד הימני של הציר הממשי.

סעיף ט

המערכת הנתונה:



התמסורת החדשה היא:

$$G_{z\theta}(s) = \frac{C_x(s)\cdot G_{ux}(s)\cdot G_{x\theta}(s)}{1+C_x(s)\cdot G_{ux}(s)} = \frac{C_x(s)\cdot\frac{ls^2+g}{s[\alpha Mls^3+\beta ls^2+\alpha(M+m)gs+\beta g]}\cdot\frac{s^2}{ls^2+g}}{1+C_x(s)\cdot\frac{ls^2+g}{s[\alpha Mls^3+\beta ls^2+\alpha(M+m)gs+\beta g]}} = \frac{C_x(s)s^2}{s[\alpha Mls^3+\beta ls^2+\alpha(M+m)gs+\beta g]+C_x(s)(ls^2+g)}$$

נציב מספרים ונקבל:

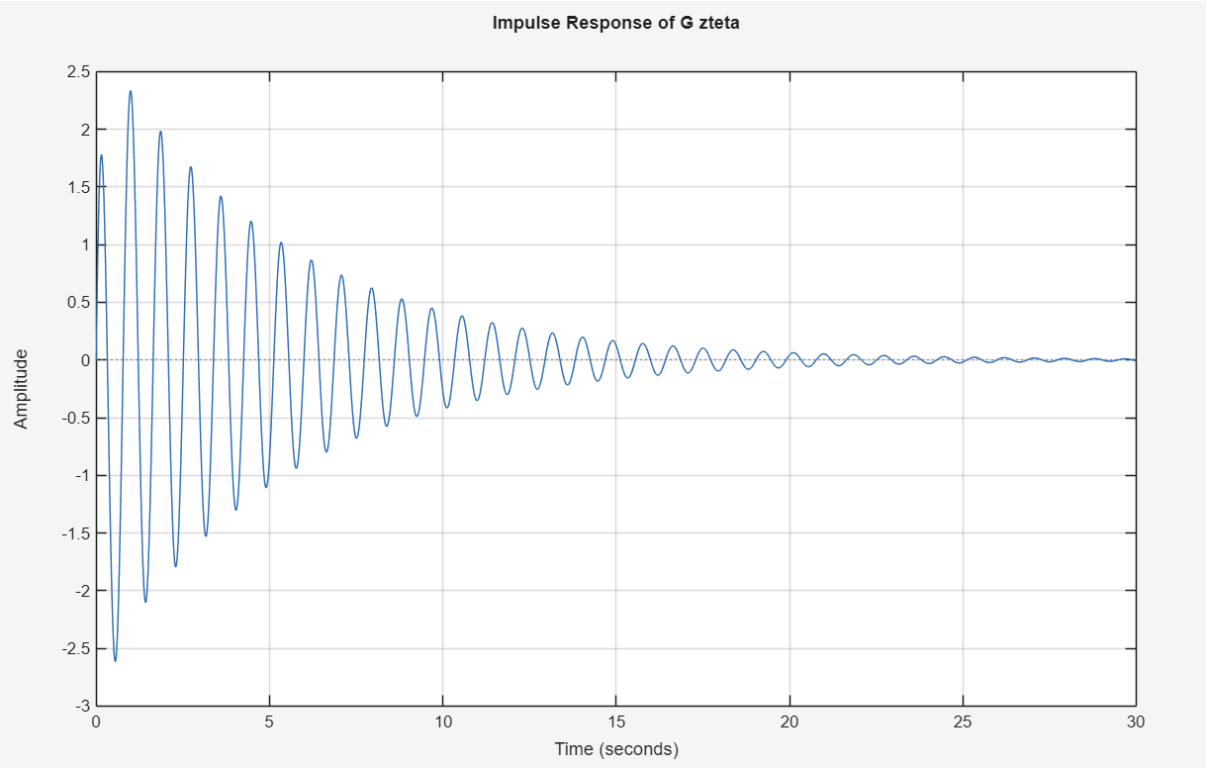
$$\alpha = \frac{Ra}{K_T} = 4.3189 \ , \beta = \frac{Rc+K_TK_b}{K_Ta} = 2.4065$$

$$G_{z\theta}(s) = \frac{2s^2}{0.086s^4+0.481s^3+5.06s^2+23.61s+19.62}$$

לתמסורת זו אפסים ב: $s_{1,2} = 0$

וקטבים ב: $s_{3,4} =- 0.1881 \pm 7.2285j \ , \ s_5 =- 4.1489 \ , \ s_6 =- 1.047$

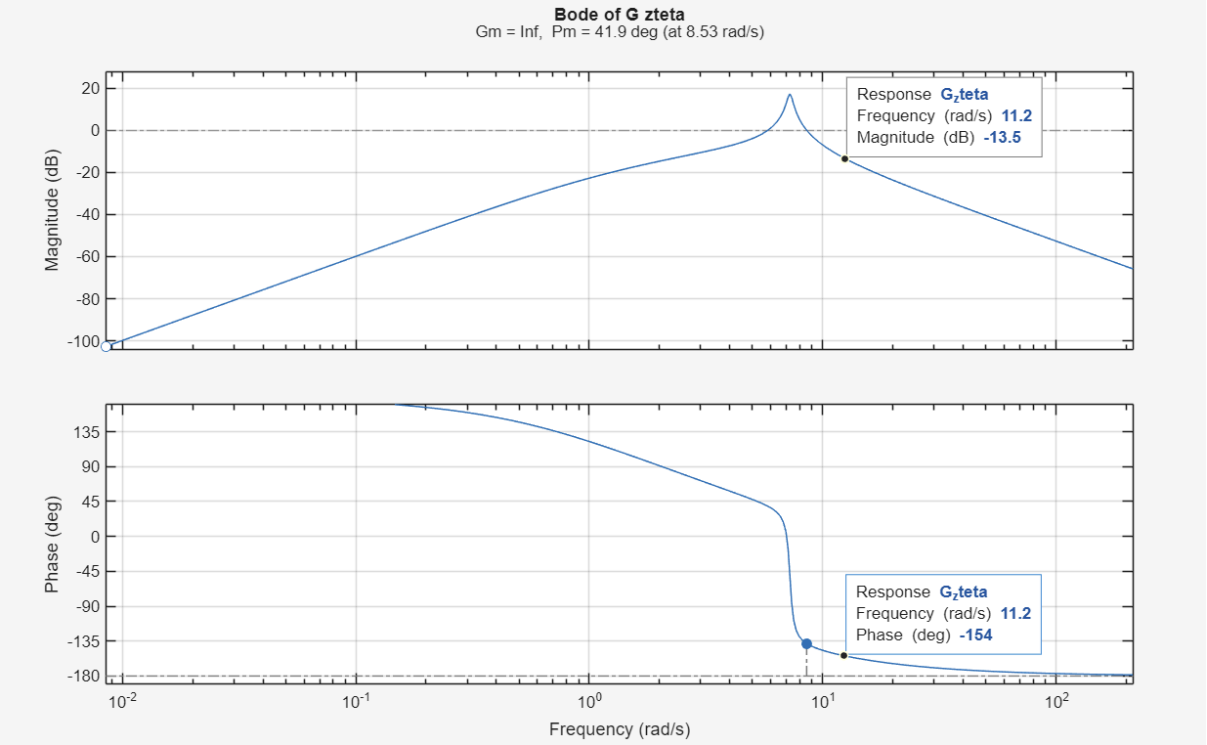
תגובת התמסורת להלם:



<u>תכנון הבקר $C_\theta(s)$</u>:

כדי לקבל תגובה מהירה יותר נקבע ω_c גבוה יותר, וכדי לקבל תגובה מרוסנת נגדיל את עודף הפאזה. נשים לב שעלינו לעמוד בדרישה של מתח בקרה שלא עובר את 12 וולט. ברגע ההלם בקר הקידום שנתכנן יתרום הגבר קבוע, לכן הגבלה נוספת היא הגבר לא גבוה מידי. כלומר כדי לקיים את שלושת הדרישות עלינו לקבוע ω_c גבוה יותר אך לא כזה שידרוש הגבר גבוה מדי שיעלה את המתח המקסימלי, ונקדם את הפאזה בתדר זה כדי שיהיה עודף פאזה מספיק שיתן ריסון גבוה למערכת על מנת שהאמפליטודה המקסימלית לא תהיה גבוהה מדי.

גרף בודה של התהליך $G_{Z\theta}(s)$:



נשים לב שבאזור התדרים $8 - 11\left[\frac{rad}{sec}\right]$ קיימת ירידה דרסטית קרובה בפאזה לכן נמנע מאזור זה. נתכנן בקר הגבר כך שנקבל ω_c באזור $11 - 12\left[\frac{rad}{sec}\right]$, נקדם פאזה כך שיהיה לנו עודף פאזה גדול של 70 שיתן מקדם ריסון 0.7.

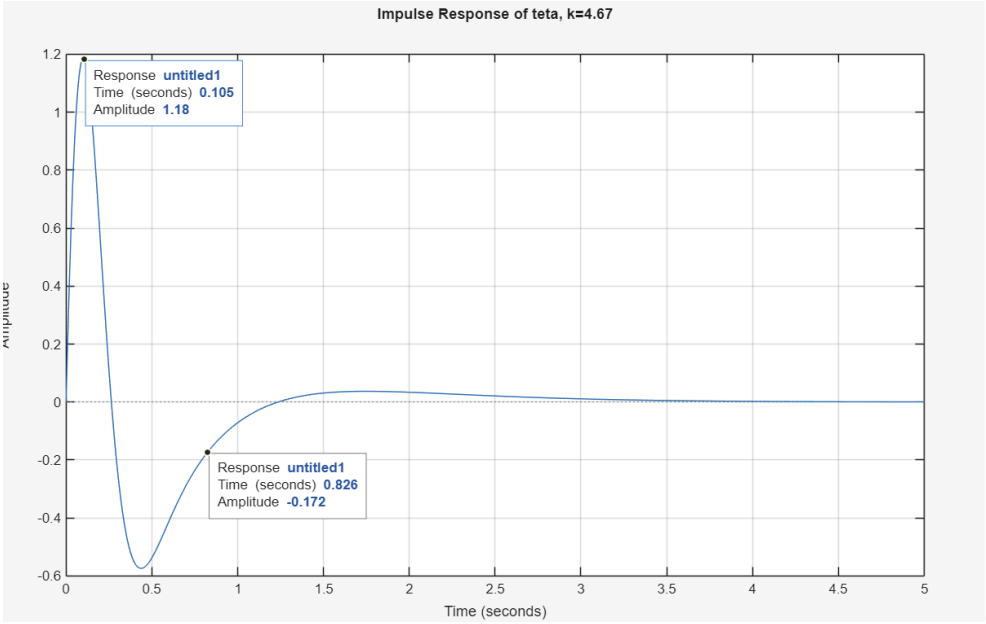
בוצעו מספר בדיקות באיזור זה, סימולציה של תוצאות ההלם על הזווית והמתח ונמצא בקר מתאים:

לפי גרף הבודה עלינו להגביר ב-13.4dB כלומר ב-4.67 כדי לקבל ω_c בתדר 11.2, הפאזה בתדר זה היא 154- לכן נקדם פאזה ב- 44 מעלות כדי לקבל עודף פאזה של 70 מעלות.

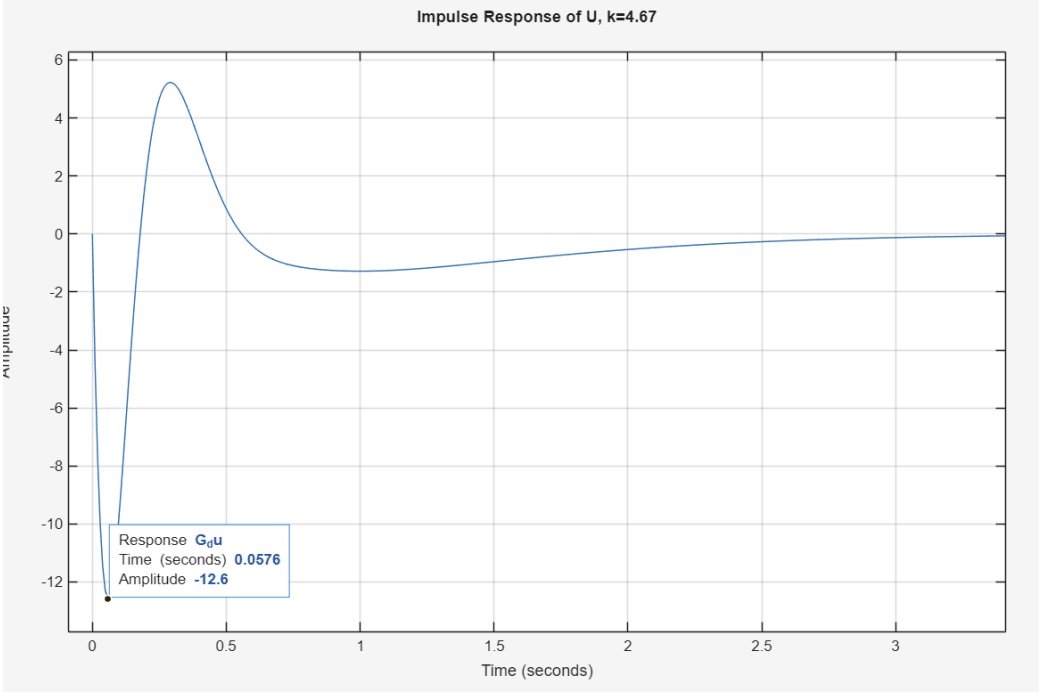
הבקר שמתקבל הוא:

$$C(s) = 4.67\frac{2.35s+11.2}{s+26.38}$$

גרף התגובה לכניסת הלם של המערכת:



גרף מתח הבקרה לכניסת הלם:



ניתן לראות כי מתקבלות שתי דרישות:

1. אמפליטודה מקסימלית: $1.18\ rad < 1.22\ rad$
2. זמן התכנסות לשרוול של 10 מעלות (0.174 רדיאן): $0.822\ sec < 0.85\ sec$

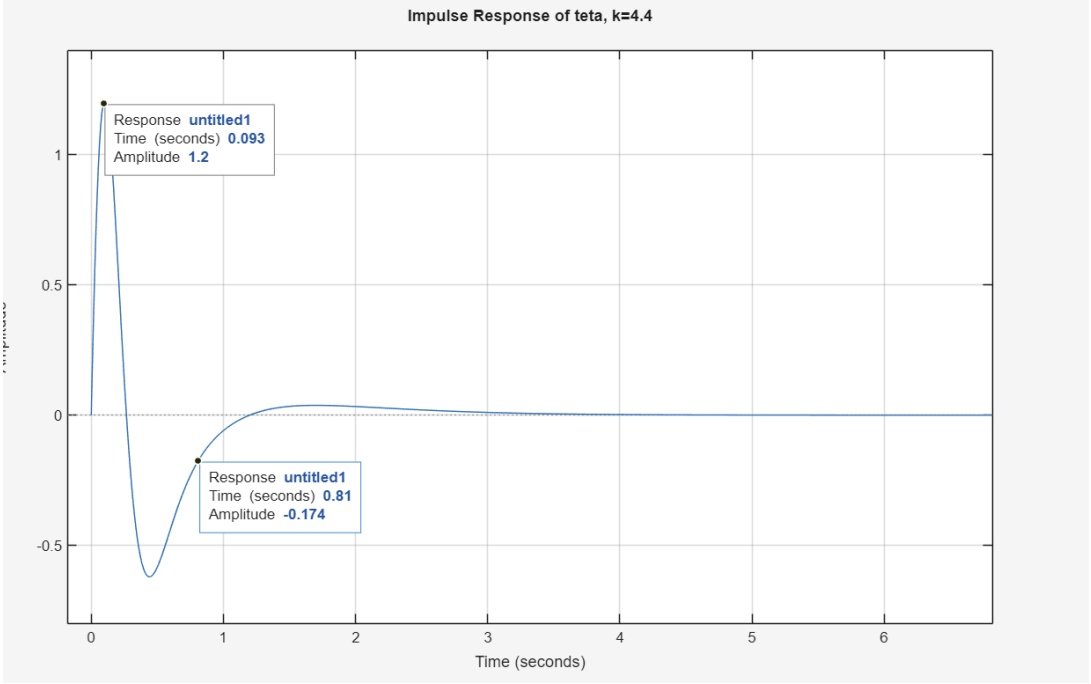
אבל דרישה אחת לא מתקבלת:

3. המתח המקסימלי בערך מוחלט $Umax = 12.6\ [V] > 12[V]$

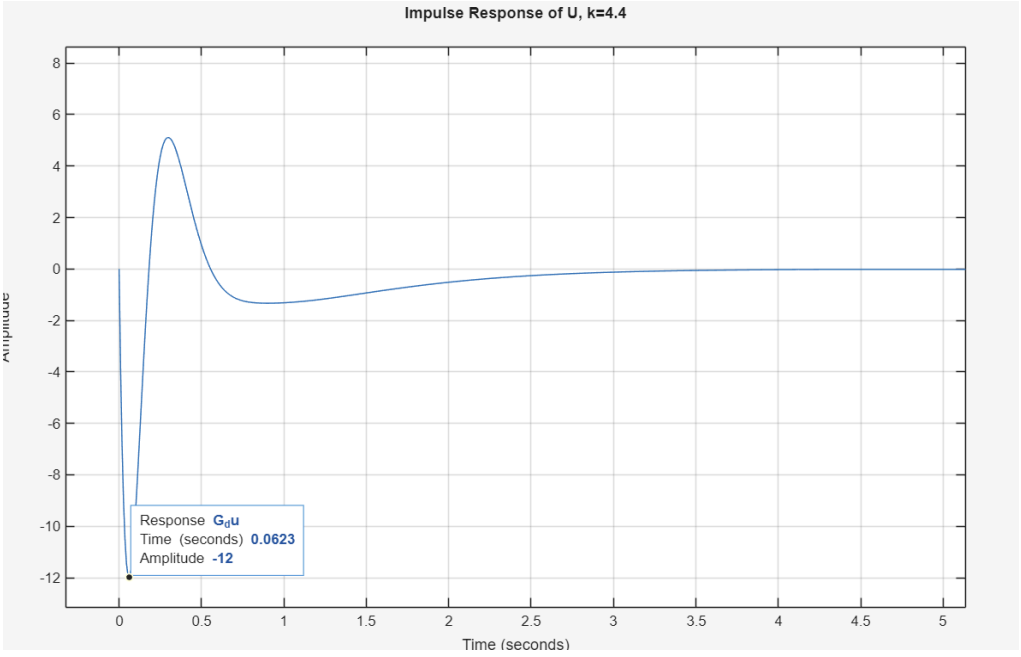
לכן נבחר בקר דומה עם הגבר נמוך יותר:

$$C(s) = 4.4\frac{2.35s+11.2}{s+26.38}$$

גרף התגובה לכניסת הלם של המערכת:



גרף מתח הבקרה לכניסת הלם:



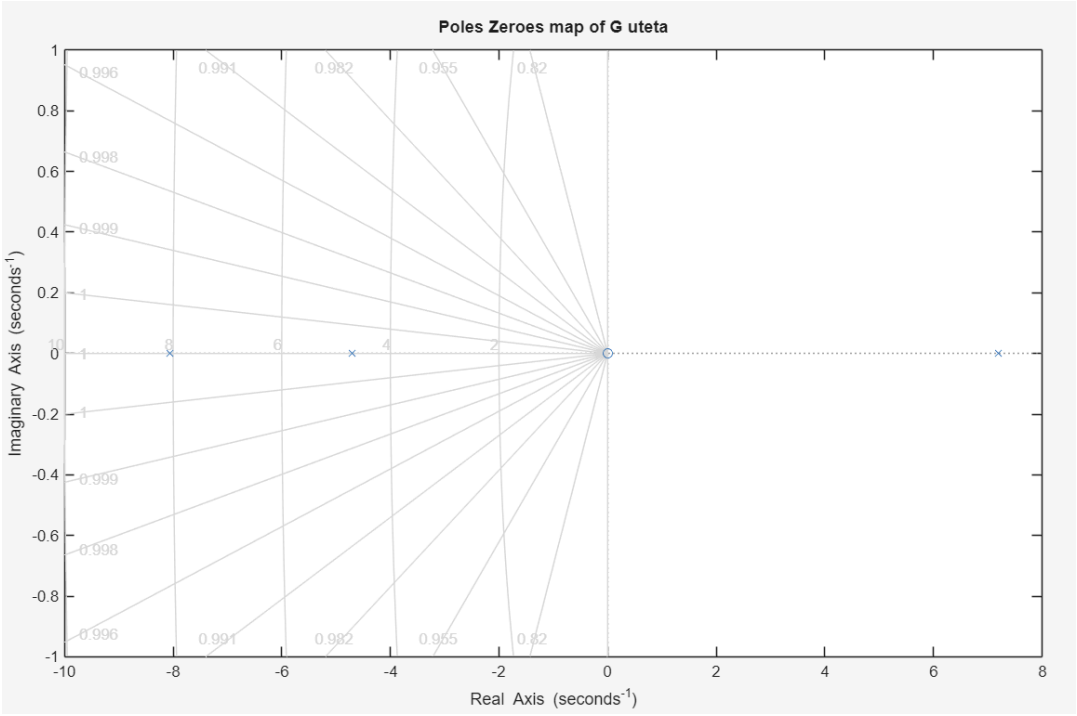
ניתן לראות כי מתקבלות שלושת הדרישות:

4. אמפליטודה מקסימלית: $1.2\ rad < 1.22\ rad$
5. זמן התכנסות לשרוול של 10 מעלות (0.174 רדיאן): $0.81\ sec < 0.85\ sec$
6. אות בקרה לא עולה על 12 וולט בערך מוחלט ($Umax = 12\ volt$)

סעיף י

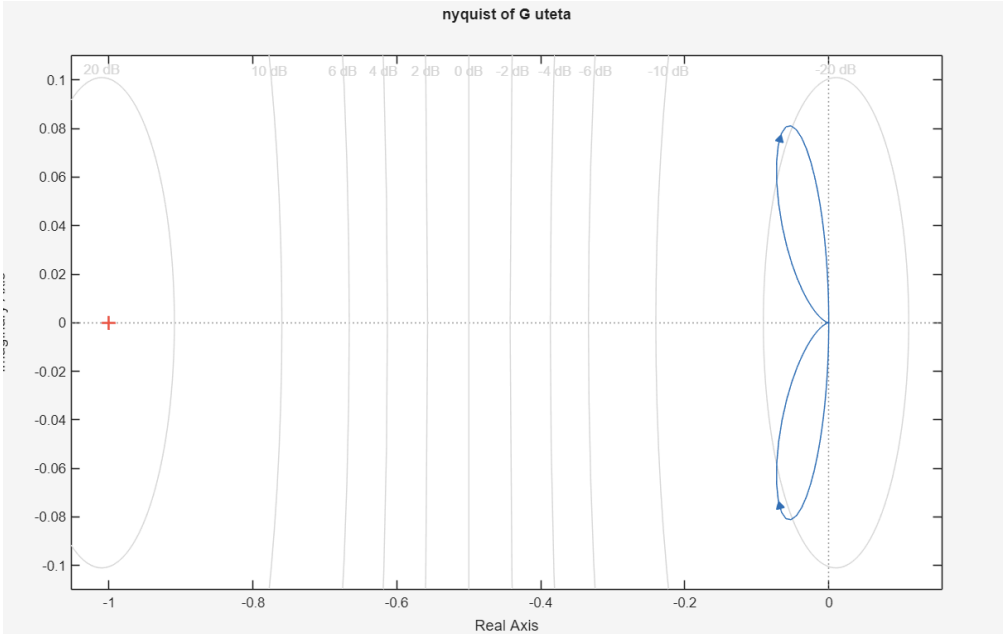
פונקצית התמסורת של $G_{U\theta}(s)$:

$$G_{U\theta}(s) = G_{Ux}(s)\cdot G_{x\theta}(s) = \frac{s}{\alpha M l s^3+\beta l s^2-\alpha(M+m)gs-\beta g} = \frac{s}{0.086s^3+0.481s^2-0.042s-23.6}$$



קטבי החוג הפתוח: $s_1 = 5.09,\ s_{2,3} = -5.341 \pm 5.036j$. כלומר, קיים קוטב אחד לא יציב החוג הפתוח $P_{ol} = 1$. ממשפט ניקוויסט נדרש: $P_{cl} = N + P_{ol} = 0$ כלומר נדרשת הקפה אחת נגד כיוון השעון סביב הנקודה הקריטית.

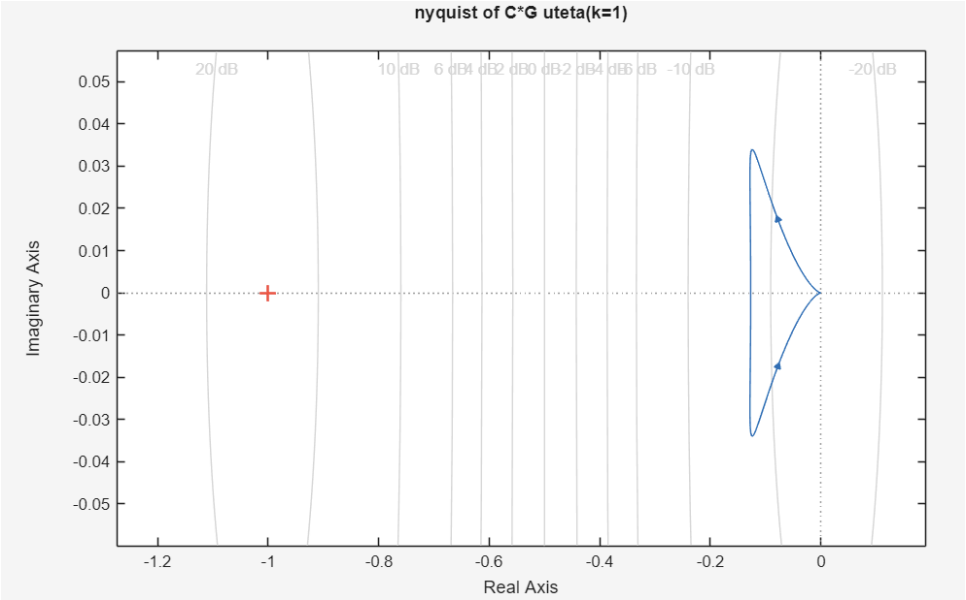
עקום ניקוויסט של המערכת:



מעקום זה ניתן לראות כי נדרש להגביר את התדרים הנמוכים ונדרש להזיז את הפאזה מ-(90-) ל-(180-). נבחר בקר פיגור, ולאחר כמה איטרציות נבחר $\omega_m = 30,\ \beta \to \infty$:

$$C(s) = C_{lag}(s) = \frac{10s+30}{10s}$$

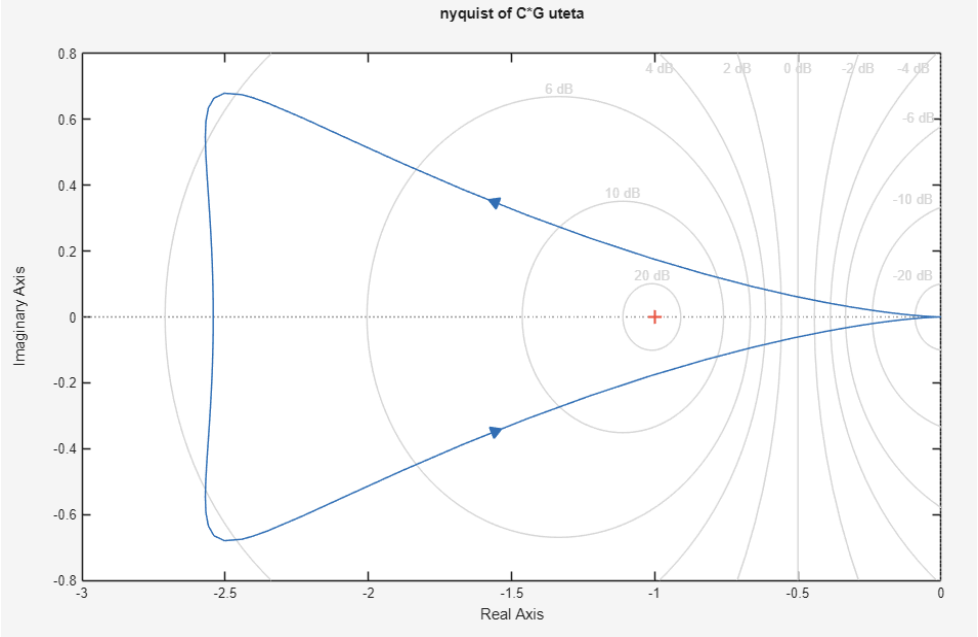
עקום ניקוויסט של המערכת עם הבקר:



בגרף שהתקבל היה ניתן לראות שנדרש להגביר את כל המערכת על מנת לעמוד בדרישה לכן נבחר $K = 20$ להגברת כל התדרים ולכן הבקר הנבחר הינו:

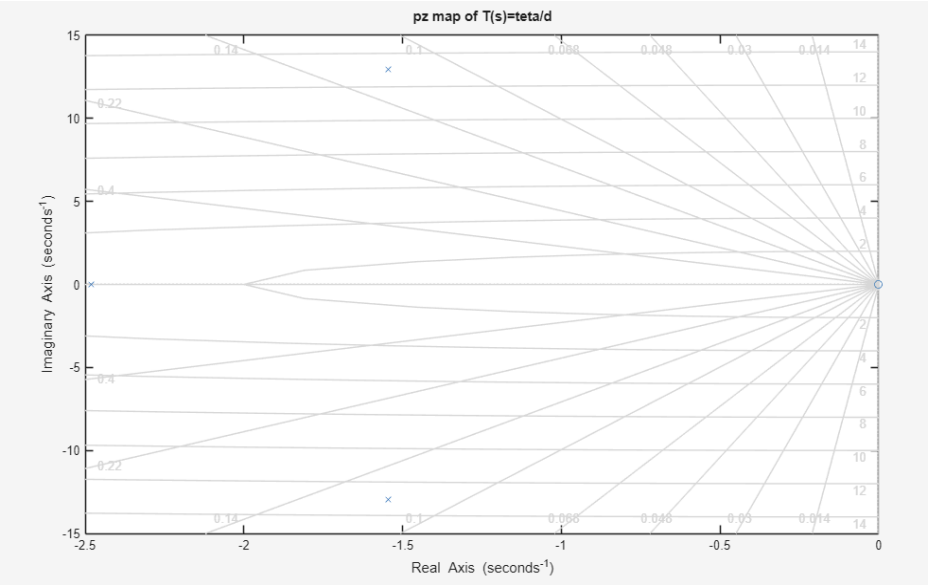
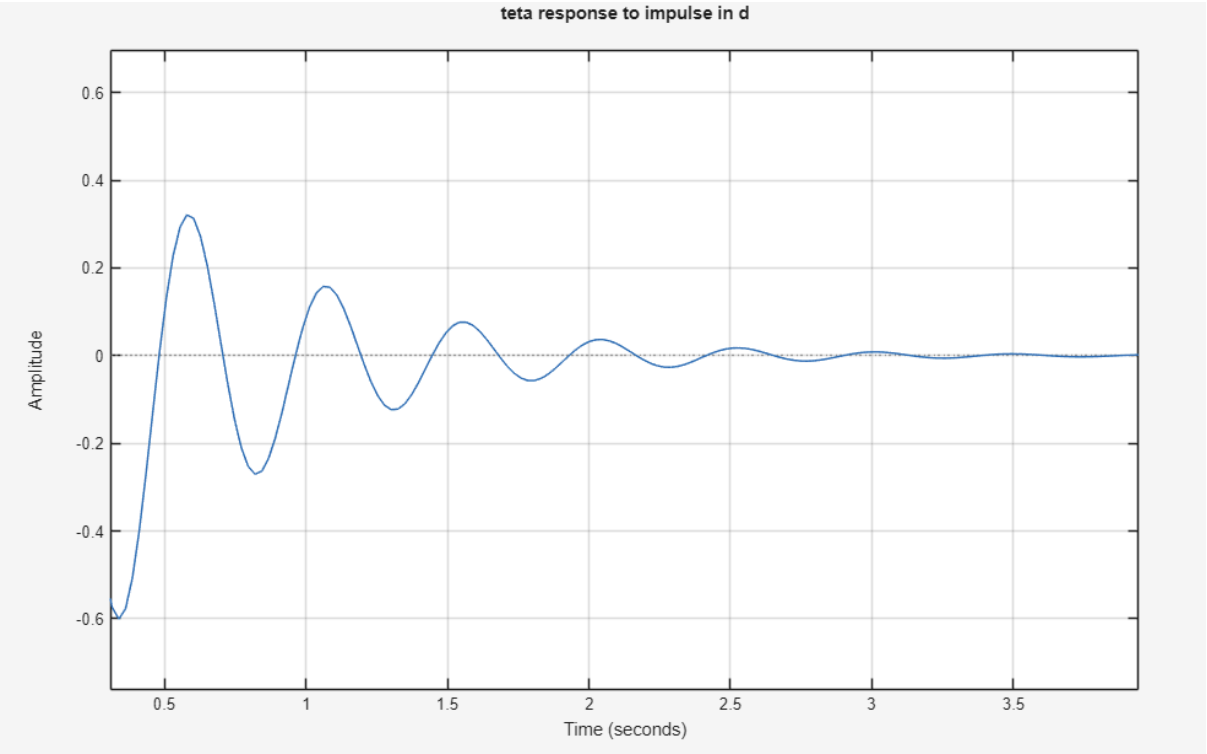
$$C(s) = KC_{lag}(s) = 20\frac{10s+30}{10s}$$

עקום ניקוויסט של המערכת עם הבקר החדש:



ניתן לראות כי עם הבקר הנבחר יש סיבוב אחד נגד כיוון השעון סביב הנקודה הקריטית כלומר $N = -1$ במצב זה לפי משפט ניקוויסט: $P_{cl} = N + P_{ol} = -1 + 1 = 0$ כלומר **החוג הסגור יציב**.

נגדיר את המערכת $T(s) = \frac{\theta}{d} = \frac{G_{u\theta}}{1+C\cdot G_{u\theta}}$, לאחר הוספת הבקר C שתוכנן מתקבלת מפת האפסים הבאה, וניתן לראות שלא קיימים קטבים בחצי מישור ימני לכן המערכת יציבה.



בגרף הבא מוצגת תגובת להלם בהפרעה של זווית θ ואכן ניתן לראות שקיימת יציבות והתגובה מתכנסת.